PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23. 15. November 1906. 7. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 24 am 18. November 1906.

INHALT:

Originalmitteilungen:

J. Elster u. H. Geitel, Über die Abscheidung radioaktiver Substanzen aus gewöhnlichem Blei. S. 841.

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa:

No. 28: R. Magini, Einfluß der Ränder auf die elektrostatische Kapazität eines Kondensators. S. 844.

G. Baborovský u. V. Vojtěch, Über die photographische Unwirksamkeit des Ammoniumamalgams. S. 846.

A. Wilkens, Zur Gravitationstheorie. S. 846.

P. Ehrenfest, Bemerkung zu einer neuen Ableitung des Wienschen Verschiebungsgesetzes. S. 850.

T. Terada, Über die Schwingungen eines Stabes, der auf einer Flüssigkeitsoberfläche schwimmt. S. 852.

O. Hahn, Über das Radioaktinium. S. 855.

O. Lummer, Über die „Inversionstemperatur" der Luft. S. 864.

Vorträge und Diskussionen der 78. Naturforscherversammlung zu Stuttgart:

P. Drude, Über elektrische Schwingungen. S. 866.

M. Wien, Über die Intensität der beiden Schwingungen eines gekoppelten Senders. S. 871.

Personalien. S. 872.

Tagesereignisse. S. 872.

Gesuche. S. 872.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Abscheidung radioaktiver Substanzen aus gewöhnlichem Blei.

Von J. Elster und H. Geitel.

Von mehreren Beobachtern, A. Righi, N. Campbell, A. Wood, S. Eve u. a., ist bemerkt worden, daß die sogenannte spontane Ionisierung der Luft in Gefäßen aus Blei wesentlich höher als bei anderen Materialien ist. Man hat dies Verhalten des Bleis als ein Beweismittel für die Ansicht angesprochen, daß eine gewisse Radioaktivität auch anderen Stoffen als den eigentlichen Radioelementen Uran, Radium, Thorium, Aktinium und deren Abkömmlingen zugeschrieben werden müsse.

Der Einwand, daß eine Verunreinigung des Bleis durch einen der letztgenannten Körper vorliegen könne, hat, nachdem die große Verbreitung der Radioelemente — speziell des Radiums — erkannt war, ein besonderes Gewicht erhalten, er ist auf verschiedene Weise auf seine Stichhaltigkeit geprüft, meist mit dem Ergebnis, daß er unbegründet sei. Besonders haben die Arbeiten der Herren Campbell[1]) und Wood[2]) aufklärend gewirkt, aus denen hervorging, daß das Blei auch in Lösung keine Emanation entwickelt, daß die Bleiverbindungen ihrem Gehalt an metallischem Blei entsprechend die Luft ionisieren und daß die Natur der Bleistrahlung nach ihrem Verhalten bei der Absorption in Luft von der des Radiums verschieden ist. Sie besteht hiernach wesentlich aus α-Strahlen, die eine größere durchdringende Kraft (Weglänge, auf der Ionisierung stattfindet) als die des Radiums haben.

Während das erste dieser Ergebnisse, das Fehlen einer Emanation in Bleilösungen in der Tat aufs schlagendste beweist, daß kein emanierendes Radioelement, d. h. weder Radium, noch Aktinium, noch Radiothor die Ursache der Bleistrahlung sein kann, sind die letzten beiden Befunde, die für eine spezifische Radioaktivität des Bleis sprechen, ja, ihre Unanfechtbarkeit vorausgesetzt, diese außer Zweifel setzen würden, wegen der großen experimentellen Schwierigkeiten wohl nicht als gleich gesichert zu betrachten.

Bedenkt man, daß die langsam abklingenden Umwandlungsprodukte des Radiums, D, E, F keine Emanation entwickeln, daß das erste von ihnen die sehr hohe Halbierungskonstante von 40 Jahren hat, daß alle drei nachweislich leicht in das Blei eingehen und die Anwesenheit sehr kleiner Mengen von Radium D genügen würde, dem Blei auf lange Zeit hindurch einen nahe konstanten Gehalt der stark strahlenden Produkte E und F zu erteilen, so erscheint der Versuch nicht ungerechtfertigt, nach diesen Körpern im gewöhnlichen Blei zu suchen.

Zuerst überzeugten wir uns davon, daß in einem von Bleiblech eingeschlossenen Raume die Ionisierung der Luft tatsächlich höher als in einem gleich großen aus anderem Metalle ist. Wir wandten dabei die größte Vorsicht an, radioaktive Substanzen und Emanationen von den Apparaten fernzuhalten. Es ergab sich in einem Zylinder von 12 cm Radius und 42 cm Höhe aus Bleiblech eine 3,5 mal größere Zerstreuung als in einem Zinkgefäß von denselben Maßen, entsprechend den Erfahrungen der früheren Beobachter. Umgaben wir den Zinkzylinder mit einem Mantel aus demselben Bleiblech, so ging die Zerstreuung im Innern um 11 Proz. zurück; das Blei sendet also selbst keine merklichen durchdringenden Strahlen aus, sondern wirkt vielmehr absorbierend auf die

1) N. R. Campbell, Phil. Mag. (6) **9**, 530, 1905; Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **2**, 434, 1906; Proc. Cambridge Phil. Soc. **13**, Part. V, 282, 1906.

2) A. Wood, Phil. Mag. (6) **9**, 550, 1906.

allgemein auf der Erde vorhandene, stark durchdringende Strahlung, wie zuerst von Cooke[1]) nachgewiesen ist.

Wir machten nun zunächst einen — rein qualitativen — Versuch, um zu erkennen, in welcher Weise sich stark radioaktives Blei, nämlich das aus Pechblende hergestellte, verhielt. Herr Giesel hatte die Freundlichkeit, uns ein Stück von etwa 1 Kilo zur Verfügung zu stellen. Trotz seiner enormen, ionisierenden Wirkung gab es keine nachweisbare Spur von Radiumemanation, auch bei Anwendung der feinsten Hilfsmittel nicht, mit denen diese z. B. leicht in der gewöhnlichen Ackererde erkannt wird. Durchdringende β-Strahlen waren nur in geringer Intensität vorhanden, dagegen war die α-Strahlung, entsprechend dem Gehalt an Radium F (Polonium) sehr beträchtlich. Eine gewisse Ähnlichkeit im Verhalten dieses Bleis mit dem gewöhnlichen — abgesehen von dem quantitativen Unterschiede — lag also unzweifelhaft vor.

Wir benutzten nun die von Debierne, Giesel und Danysz bekannt gemachte Erfahrung[2]), daß bei Gegenwart von Radium D, E, F im Blei die letzten beiden stark strahlenden Produkte von dem strahlenlosen Radium D getrennt werden können, indem man das Metall in Chlorid verwandelt und dieses in salzsaurer Lösung einer fraktionierten Kristallisation unterwirft. E und F bleiben in der Lösung, während D in das feste Chlorid eingeht.

Wäre also im gewöhnlichen Blei und seinen Verbindungen normalerweise die Reihe der Radiumabkömmlinge von D ab vorhanden, so müßten die letzteren beiden, E und F, auf solche Weise zu gewinnen sein.

Wir begannen damit, daß wir 1 Kilo käuflichen Bleioxyds in reine konzentrierte überschüssige Salzsäure eintrugen. Unter Erhitzung findet die Umsetzung in Chlorid statt, die noch heiße Flüssigkeit wurde von der großen unlöslichen Masse des Chlorids durch Abgießen getrennt und mit destilliertem Wasser verdünnt. Auf Zusatz von etwas Schwefelsäure fiel eine kleine Menge Bleisulfat. Das Filtrat, das die löslichen Produkte E und F hätte enthalten müssen, wurde, um die Säure teilweise abzustumpfen, mit Ammoniak versetzt, so daß noch deutliche saure Reaktion bestehen blieb. Bei Einleiten von Schwefelwasserstoff fiel eine sehr geringe Menge eines schwarzen Niederschlages, wohl hauptsächlich aus Schwefelblei bestehend. Dieser wurde auf einem kleinen Filter gesammelt, nach dem Auswaschen und Trocknen legten wir es direkt auf den Zerstreuungskörper unseres früher beschriebenen Apparats[1]) zur Untersuchung äußerst schwacher Aktivitäten. Die Substanz verursachte bei einem Gewicht von 0,2 gr in dem Zerstreuungsraume eine Steigerung der Ionisierung der Luft auf das 3,7-fache der normalen.

Es war somit aus dem Bleioxyd nach wesentlich demselben Verfahren, nach welchem Radium E und F gewonnen werden, eine unzweifelhaft radioaktive Substanz erhalten. Die oben erwähnte Fällung von Bleisulfat aus der von dem Chlorid getrennten Flüssigkeit zeigte keine Aktivität.

Um zu sehen, ob die gleiche Substanz auch in reinen Bleipräparaten vorkommt, behandelten wir in ähnlicher Weise Bleinitrat, das wir als chemisch rein bezogen hatten. Wir kürzten das Verfahren hier in der Weise ab, daß wir die wässrige Lösung von 1 Kilo des Nitrats durch Versetzen mit einer hinreichenden Menge verdünnter reiner Schwefelsäure fällten. Die klare Flüssigkeit wurde von dem Niederschlage von Bleisulfat dekantiert, mit Ammoniak nicht völlig neutralisiert und der sehr geringe Rest von gelöstem Metall durch Schwefelwasserstoff gefällt. Auch dieser Niederschlag (0,25 gr) ergab eine radioaktive Wirkung (3,9fache Ionisierung gegenüber der normalen).

Ferner behandelten wir käufliches Blei nach zwei verschiedenen Verfahren.

Bei dem ersten wurde das Metall (1 Kilo) in einer Eisenschale in geschmolzenem Zustande mit Schwefel verrührt. Das entstandene leicht zerreibliche Sulfid trugen wir in konzentrierte Salpetersäure ein, bis unter stürmischer Reaktion die Umwandlung in ein Gemisch von Sulfat und Nitrat vollzogen war. Nach Ausziehen des Produktes mit destilliertem Wasser setzten wir das Nitrat in Sulfat um und trennten wie oben die klare Flüssigkeit von dem Niederschlage. Dann wurde genau wie vorhin verfahren und wiederum ein aktiver Schwefelwasserstoffniederschlag (0,8 gr) erhalten. (1,7fache Ionisierung.)

Bei dem zweiten — Kontrollverfahren — lösten wir 0,6 Kilo des zuvor granulierten Metalls direkt in Salpetersäure und fällten die Lösung durch Schwefelsäure. Der Rest der Behandlung und das Ergebnis war dasselbe. (0,4 gr des Niederschlags gaben die zweifache Ionisierung.)

Wir halten es nicht für überflüssig, auch diejenigen Vorsichtsmaßregeln hier anzugeben, die wir angewandt haben, um uns vor Täuschungen zu sichern. Daß man solchen leicht ausgesetzt ist, wenn man aus sehr großen Substanzmengen äußerst geringe Anteile schwach radioaktiver Materie ausscheidet, ist wohl verständlich, besonders wenn in den Arbeitsräumen

1) Cooke, Phil. Mag. (6) **6**, 403, 1903.
2) Vgl. J. Danysz, C. R. **143**, 232, 1906.

1) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. **5**, 321, 1904.

Emanationen kräftig aktiver Präparate, auch vor langer Zeit, gegenwärtig gewesen sind. Wir haben deshalb die gesamten chemischen Operationen überhaupt nicht im Laboratorium, sondern im Freien vorgenommen, sämtliche dabei benutzten Gefäße waren frisch bezogen und der Luft des Laboratoriums nicht ausgesetzt gewesen. Diese Vorsicht ist nicht übertrieben, sondern durchaus notwendig. Leicht überzeugten wir uns, daß die Oberflächen von Geräten, die seit Jahren in den Räumen gestanden hatten, in denen wir nicht einmal mit sehr starken Präparaten, sondern nur mit Thermalschlamm und Thorverbindungen chemische Arbeiten vorgenommen hatten, eine Aktivität besaßen, die für gleiche Oberfläche von derselben Größenordnung wie die der aus Blei erhaltenen Produkte war. Selbstverständlich wurden die Prüfungen der letzteren in einem vom Laboratorium weit abliegenden Raume vorgenommen mittels eines Apparats, der — nach dem Betrage der normalen Zerstreuung zu urteilen — als infektionsfrei gelten durfte.

Konnten wir so die weitgehendste Sicherheit haben, daß die beobachteten Aktivitäten nicht aus unserem Laboratorium stammten, so war es auf der anderen Seite noch wünschenswert, die Materialien selbst zu prüfen, die zusammen mit dem Blei in chemische Behandlung genommen waren. Wir versetzten 5 Liter des benutzten Wassers mit einer Spur Bleinitrat und prüften den durch Schwefelwasserstoff daraus gewonnenen Niederschlag. Er erwies sich als unwirksam, mochten wir destilliertes oder auch Leitungswasser verwandt haben. Ferner lösten wir ein Kilo Ferrosulfat in Wasser und behandelten die Flüssigkeit nach Zusatz von einer geringen Menge Bleinitrat in derselben Weise (Zusatz von Schwefelsäure, teilweises Neutralisieren der Säure durch Ammoniak, Fällen durch Schwefelwasserstoff), wie es bei den Bleilösungen geschehen war. Auch hier war der Schwefelwasserstoffniederschlag inaktiv.

Diese Kontrollversuche scheinen uns zu beweisen, daß die beobachteten Aktivitäten der aus dem verarbeiteten Blei und den Bleiverbindungen abgeschiedenen Substanzen wirklich aus diesen Materialien entstammen.

Es erhebt sich nun die Frage nach der Natur jener Produkte.

Da der Weg, der zu ihrer Gewinnung geführt hat, derselbe ist, auf dem auch Radium E und F aus Blei, das aus radiumhaltigen Erzen stammt, abgeschieden werden können, so liegt der Gedanke nahe, der ja auch der ganzen Untersuchung die Richtung gegeben hat, daß man es tatsächlich im gewöhnlichen Blei mit jenen Umwandlungsprodukten des Radiums zu tun habe. Bei der großen Verbreitung des Radiums in der Erde erscheint es wohl denkbar, daß bei der hüttenmäßigen Gewinnung des Bleis Radium D als ein fast konstanter Begleiter in das Metall eingeht. Bei der langen Lebensdauer dieses Körpers könnten erst ziemlich alte Bleiproben sich praktisch frei von Aktivität zeigen.

So einleuchtend diese Anschauung ist, so wäre es doch voreilig, sie als bewiesen zu betrachten. Chemische Reaktionen sind wenig geeignet zur Identifizierung von Spuren radioaktiver Stoffe; wesentlich ist dagegen das Verhalten der von ihnen entwickelten Strahlung.

Solange sich diese nicht als identisch mit der vom Radium E und F erweist, muß die Möglichkeit offen gelassen werden, daß das Blei ein selbständig aktives Element ist, das ein Umwandlungsprodukt von schnellerem Zerfall bildet, vergleichbar dem Ur X, das durch chemische Trennung in stärkerer Konzentration erhalten werden kann, als es bei radioaktivem Gleichgewicht im gewöhnlichen Blei und dessen Verbindungen vorkommt.

Die Untersuchung der Strahlung der aktiven Bleipräparate begegnet den Schwierigkeiten, die mit der Messung schwacher Aktivitäten überhaupt verbunden sind, die natürliche Ionisierung der Luft ist von verhältnismäßig großem und nicht leicht genau zu bestimmendem Einflusse.

Immerhin hat sich feststellen lassen, daß der wesentlichste Bestandteil der Aktivität auf α-Strahlung beruht. Es genügt, ein Präparat mit Schreibpapier zu bedecken, um die Wirkung auf das Elektroskop aufzuheben. Hiermit hängt zusammen, daß die Ionisierung der Luft durch ein und dasselbe Präparat am stärksten ist, wenn man es möglichst ausbreitet. Geschieht dies nicht, so geht ein Teil der Strahlung durch Absorption in der Substanz selbst verloren. Daß der eigentlich aktive Stoff nur einen verschwindend kleinen Bruchteil der letzteren ausmacht, braucht wohl kaum bemerkt zu werden.

Soweit wir bis jetzt beobachten konnten, ist die Aktivität in langsamem Rückgange (in einigen Wochen) begriffen.

Die angeführten Eigenschaften würden mit der Anwesenheit von Radium F (Polonium) gut übereinstimmen. Radium E, dessen Halbierungskonstante etwa 5 Tage beträgt, könnte sich vielleicht an frischen Präparaten durch β-Strahlung zu erkennen geben.

Wesentlich zur Charakterisierung der Substanz würde die Bestimmung des Ionisierungsbereichs der α-Strahlung beitragen. Wünschenswert wäre allerdings zu diesem Zwecke eine Verstärkung der Wirkung durch Verarbeitung weit größerer Bleimengen, als wir bewältigen können. Auch die Prüfung recht alter Bleiproben, in denen das Radium D schon erloschen sein müsste, wäre, wie oben angedeutet, zu

empfehlen, unter gleichzeitiger Untersuchung des Materials auf Radiumemanation. Fehlt diese, so wäre eine Regeneration des Radiums D ausgeschlossen, genügend alte Proben des Metalls könnten dann auch kein Radium E und F enthalten.

Gern kommen wir der Verpflichtung nach, dem Kuratorium der Jagorstiftung in Berlin unsern Dank für die Gewährung der Mittel zu der vorstehenden Untersuchung auszusprechen.

Wolfenbüttel, im Oktober 1906.

(Eingegangen 23. Oktober 1906.)

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa (Direktor A. Battelli).

No. 28[1]: R. Magini, Einfluß der Ränder auf die elektrostatische Kapazität eines Kondensators.

1. Die elektrische Dichte auf der Belegung eines Kondensators strebt darnach, in der Nähe der Ränder außerordentlich große Werte anzunehmen; wenn man daher die gewöhnlichen Formeln auf die Berechnung der Kapazität anwendet, so erhält man kleinere Werte als die durch den Versuch gelieferten. Man muß dem Einfluß des Umfanges Rechnung tragen, indem man für die Dimensionen des Kondensators größere Werte als die wirklichen annimmt, so daß diese Zunahme der Oberfläche gleich der Zunahme wird, die auf Rechnung der Dichte kommt.

Im hiesigen Institut hat sich schon früher die Notwendigkeit eingestellt, den störenden Einfluß des Randes zu untersuchen; ich stelle mir in vorliegender erster Mitteilung die Aufgabe, die zu diesem Zweck angegebenen Ausdrücke zu prüfen und einige Gesetzmäßigkeiten oder Kunstgriffe daraus zu entnehmen, die dann durch den Versuch nachzuprüfen wären.

Ein zur Prüfung der theoretischen Ergebnisse geeigneter Kondensator muß vor allem Luftisolation besitzen, um so weit wie möglich die Leitungsverluste auszuscheiden. Außerdem muß er einen Umfang konstanter, in jedem Punkte genügend kleiner Krümmung besitzen und muß schließlich von Teilen frei sein, die nach innen einspringen. Deswegen ist die Benutzung eines Kondensators mit kreisförmigem oder elliptischem Umfange ratsam; die Dicke muß man derartig wählen, daß sie jede Deformation der hängenden Platte verhindert.

2. Wir wollen den Einfluß des Randes nicht direkt als Korrektion der Kapazität, sondern in der Form der Breite eines den ganzen Rand einfassenden hypothetischen Zusatzstreifens ausdrücken. Diese Ausdrucksweise ist zum ersten Male von Cavendish vorgeschlagen und von Maxwell, Clausius, J. J. Thomson und anderen bei ihren Forschungen untersucht worden. In Lehrbüchern werden gewöhnlich aus didaktischen Gründen verschiedene Kondensatorformen betrachtet; man sucht gewöhnlich zunächst die Lösung des Falles, daß eine auf einer Seite begrenzte und im übrigen unbegrenzte Platte auf einem bestimmten Potential erhalten und mitten zwischen zwei unbegrenzten Platten vom Potential Null parallel zu diesen angebracht wird. In der Praxis benutzt man aber eine begrenzte Platte, die man oberhalb einer großen, mit der Erde verbundenen Platte anbringt. Es ist leicht einzusehen, daß die in den einfachsten theoretischen Fällen erhaltenen Lösungen mit derselben Annäherung auch in diesen praktischen Fällen gültig sind. Die Formeln für die Zusatzstreifen bleiben unverändert, und nur wegen, wie in unserem Falle, bedeutender Dicke stellen sich fast unüberwindliche Schwierigkeiten ein, wie sich dies aus den Berechnungen von Clausius und Kirchhoff über Kondensatoren mit begrenzten Dimensionen ergibt.

3. Die einfachste Korrekturformel ist die von Maxwell in seinem Werk „Electricity and Magnetism" angegebene, in der die Breite λ des Zusatzstreifens gleich $\frac{2d}{\pi}\log e^2$ ist, wobei wir annehmen, daß d die Entfernung zwischen unserer begrenzten Platte und der großen Platte angibt. Diese Formel gilt auch für einen krummlinigen Umfang. Nach ihr würde der Einfluß der Ränder proportional zu d und die Korrektion der Kapazität mit d konstant sein, was nicht sehr wahrscheinlich ist. Maxwell gibt in § 200 zwei weitere Formeln für die Kapazität einer kreisförmigen Scheibe an. Diese Formeln sind genauer, ihre numerischen Werte sind aber von den aus der Formel $\lambda = \frac{2d}{\pi}\log e^2$ erzielten nicht erheblich verschieden. Die Dicke b tritt nur bei der zweiten Formel

$$\lambda = \frac{2d}{\pi}\log e^2 \cdot 2\cos\frac{\pi b}{4d}$$

auf, die nur für einen abgerundeten Rand gilt. Man weiß jedoch von dieser Abrundung nichts; außerdem muß notwendigerweise $b < 2d$ sein, und auch wenn wir versuchen, die Formel umzuwandeln und in geeigneter Weise zu schreiben, so trägt sie bei gewissen Werten der Größe b nicht Rechnung, da sie sich auf die frühere Formel für λ reduziert oder überhaupt nichts bedeutet. Es ist leicht zu beweisen, daß λ, d. h. der Einfluß des abgerundeten Randes, mit d zunimmt, und mit wachsendem b abnimmt.

4. Man nehme nun die von J. J. Thomson in „Notes on Recent usw.", Paragraph 237, angegebene Formel für eine Platte mit gradlinigem Rand, die mitten zwischen zwei von-

1) No. 27: diese Zeitschr. 7, 546, 1906.

einander um d' abstehenden Platte angebracht ist:

$$\lambda = \frac{d'}{2\pi}\log e\,\frac{2d'-b}{b} + \frac{d-b}{2\pi}\log e\,\frac{b(2d-b)}{(d-b)^2}.$$

Diesen Ausdruck formen wir um und wollen d die Entfernung zwischen der Mittelplatte und einer der großen Platten nennen; dann ist

$$d = \frac{d'-b}{2},\quad d' = 2d+b;$$

$$\lambda = \frac{2d+b}{2\pi}\log e\,\frac{4d+b}{b} + \frac{2d}{\pi}\log e\,\frac{b(4d+b)}{(2d)^2},$$

was man auch schreiben kann:

$$(1)\quad \lambda = \frac{2d}{\pi}\log e\left(2+\frac{b}{4d}\right) + \frac{b}{2\pi}\log e\left(1+\frac{4d}{b}\right).$$

Aus diesem Ausdruck ergibt sich sofort, daß wenn wir b und d zusammen in demselben Verhältnis k variieren lassen, das ursprüngliche λ zu $k\lambda$ wird. Wenn (1) wirklich den Einfluß der Ränder darstellt, so ist dieser bei ähnlichen Kondensatoren zu ihren Dimensionen b und d proportional. Man sieht dann leicht ein, daß nach (1) dieser Einfluß mit zunehmender Entfernung der Platte und zunehmender Dicke des Kondensators wächst. Da der von der Formel vorausgesetzte Rand vierkantig ist, muß er sich daher mit Bezug auf die Dicke umgekehrt wie der abgerundete Rand verhalten.

Andererseits ist zu beachten, daß (1) mit genügender Annäherung auf einen krummlinigen Umfang angewandt werden kann, dessen Krümmungsradius in jedem Punkte mit Bezug auf d groß ist. Bei einem kreisförmigen Kondensator ist, wenn R der Radius ist:

$$C = \frac{R^2}{4d} + \frac{R}{\pi}\left\{\log e\left(2+\frac{b}{2d}\right) + \frac{4d}{b}\log\left(1+\frac{4d}{b}\right)\right\}.$$

Wenn b und d sich in demselben Verhältnis ändert, so bleibt das Korrektionsglied unverändert. Bei Kondensatoren von verschiedenen Rundlängen ist die Korrektion zu dieser Länge proportional. Andere leichte Schlußfolgerungen ergeben sich aus den früheren Formeln für kreisförmige und nichtkreisförmige Umfänge.

5. Kirchhoff[1]) gibt eine Formel für einen kreisförmigen Kondensator an, bei dem die Dicke der Platte von unendlicher Größe in die Rechnung mit eingeführt ist. Diese Formel entspricht besser der Wirklichkeit als die von Clausius angegebene, die nur in dem Falle gilt, daß b unendlich klein ist. Für die Elektrizitätsmenge, die auf einem der beiden gleichen einander gegenüberstehenden Kreisscheiben vorhanden ist, die zueinander parallel im Abstande von $2d$ liegen, einen Radius R und eine Dicke b besitzen und sich beziehungsweise auf dem Potential + 1 und 1 befinden, findet Kirchhoff

$$(2)\quad \frac{R^2}{4d} + \frac{R}{2\pi}\left\{\log e\,\frac{4\pi(2d+b)R}{ed^2} + \frac{b}{2d}\log e\,\frac{2d+b}{b}\right\},$$

wobei e die Basis der natürlichen Logarithmen ist und von b und d angenommen wird, daß sie im Verhältnis zu R, das endlich ist, klein sind. Nun stellt Formel (2) ohne weiteres die Kapazität der Scheibe dar, die sich vor einer großen Platte vom Potential Null befindet; dies ist der praktische Fall, der uns für die Nachprüfungen am meisten interessiert. Auch in (2) stellt das zweite Glied nur die Korrektion $C\alpha$ der Kapazität dar. Wir wollen nun λ berechnen: dies ist leicht zu finden, wenn man berücksichtigt, daß $C\alpha = \frac{R\lambda}{2d}$.

Damit ist:

$$(3)\quad \lambda = \frac{d}{\pi}\left\{\log e\,\frac{4\pi(2d+b)R}{ed^2} + \frac{b}{2d}\log e\left(1+\frac{2d}{b}\right)\right\}.$$

Wenn wir die Formel mit Bezug auf b und d auflösen, so sehen wir, daß λ mit b und d wächst. Man gelangt daher zu denselben Ergebnissen, wie nach der Formel von J. J. Thomson. Die Korrektion $C\alpha$ nimmt jedoch mit zunehmendem d ab, wenn sie auch einen immer größeren Bruchteil der Gesamtkapazität darstellt. $C\alpha$ nimmt jedoch langsamer ab, als d zunimmt. Wenn wir in (3) alle Dimensionen in demselben Verhältnis k variieren lassen, so wird aus λ, $R\lambda$ und aus $C\alpha$, $kC\alpha$. Mit zwei ähnlichen Kondensatoren kann man eine Bestätigung durch den Versuch vornehmen.

Wenn zwei Kondensatoren nur mit Bezug auf den Radius differieren, so erhalten wir, wenn R und nR die beiderseitigen Radien darstellen, sofort:

$$\lambda_{nR} - \lambda_R = \frac{d}{\pi}(\log_e nR - \log R) = \frac{d}{\pi}\log n$$

und für die entsprechende Korrektion die Beziehung

$$C\alpha_{nR} = nC\alpha_R + \frac{nR}{2\pi}\log n.$$

Diese Formeln eignen sich für eine Prüfung von (2) und (3). Wenn wir b gleich Null machen oder mit anderen Werten die Dicke vernachlässigen, so erhalten wir den Ausdruck

$$\frac{R^2}{4d} + \frac{R}{2\pi}\log\frac{8\pi R}{ed},$$

der dieselbe Form, wie der Clausiussche hat. Auch er verdient eine Nachprüfung durch den Versuch.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Alfred Gradenwitz.)

(Eingegangen 15. September 1906.)

1) Kirchhoff, Monatsber. d. Akad. d. Wissensch. zu Berlin, 15, 1877.

Über die photographische Unwirksamkeit des Ammoniumamalgams.

Von G. Baborovský und V. Vojtěch.

In der Zeitschrift für Elektrochemie Bd. 12, S. 609, veröffentlichte Prof. Coehn seine Versuche über elektrische Erscheinungen beim Zerfall von Ammonium, resp. Ammoniumamalgam. Das Ammonium im Amalgam besitzt sämtliche Eigenschaften eines Alkalimetalles; es zersetzt sich außerdem (oberhalb 0°) nach der Formel:

$$NH_4 = NN_3 + {}^1/_2\, H_2.$$

Dieser Vorgang steht in gewisser Analogie zu dem Atomzerfalle der radioaktiven Substanzen. Das sich zersetzende Ammoniumamalgam entsendet, wie Coehn nachgewiesen hat, positiv geladene Teilchen.

Es liegt nun der Gedanke nahe, zu untersuchen, ob die Zersetzung des Ammoniumamalgams auch eine photographische Wirkung besitzt.

Zu diesem Zwecke machten wir zwei Reihen von Versuchen. Einmal wurde das Ammoniumamalgam elektrolytisch, mittels eines ähnlichen Apparates, wie ihn Coehn benutzte, dargestellt, zum zweitenmal versuchten wir dasselbe, durch chemische Einwirkung eines frisch bereiteten Natriumamalgams auf eine 20proz. Lösung von Ammoniumchlorid, zu bereiten. Das chemisch gebildete Ammoniumamalgam ließen wir zunächst in einer Schale mit Ammoniumchloridlösung aufquellen, und brachten es sodann auf einen Porzellantrichter nach Büchner, wo es sich langsam zersetzte. Die elektrolytische Arbeitsweise ist viel gleichmäßiger und läßt sich viel bequemer durchführen, als die chemische, namentlich wenn man sich eines ähnlichen Apparates wie Coehn bedient.

Unsere Versuche wurden teils bei Zimmertemperatur, teils oberhalb 30° C in absoluter Dunkelheit gemacht.

Um die photographische Wirkung zu studieren, brachten wir eine hochempfindliche Bromsilbergelatineplatte mit der empfindlichen Schicht dem zersetzenden Amalgam möglichst nahe. Die Entfernung ist womöglich kurz zu wählen, da die positiven Strahlen, um die es sich bei unseren Versuchen in erster Reihe handelt, wie bekannt stark von der Luft absorbiert werden, und schwach photographisch wirksam sind. Leider konnten wir die Entfernung nicht kürzer als 3 cm wählen, da das sich zersetzende Amalgam ein wenig spritzt, wodurch die Platte stellenweise zerstört wird. Immerhin genügt aber diese Entfernung, um nach längerer Exposition photographische Wirkung hervorzurufen, wenn hier wirklich eine vorliegt. Nach erfolgter Exposition wurden die Platten mit Pyro-Soda-Entwickler (unter Zusatz von einigen Tropfen Kaliumbromidlösung) bis zur beginnenden Schleierbildung entwickelt.

Trotzdem wir bei unseren zahlreichen Versuchen die empfindliche Platte der Zersetzung des Amalgams längere Zeit, gewöhnlich 90 Min., einmal aber bis 24 Stunden, aussetzten, vermochten wir weder bei dem elektrolytisch, noch bei dem chemisch dargestellten Amalgam irgendeine Spur der photographischen Wirkung zu beweisen.

Da die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, daß die Menge der positiven Strahlung nur gering sei, versuchten wir dieselbe zu konzentrieren, indem wir in der Entfernung von einigen Millimetern unter die Platte einen mit dem negativen Pol einer 120 Voltbatterie verbundenen Draht schoben; der positive Pol der Batterie war geerdet. Aber auch bei dieser Versuchsanordnung konnten wir, selbst wenn wir einmal über 200 gr Amalgam zerlegten, keine Spur der photographischen Wirkung nachweisen.

Daraus läßt sich folgern, daß das zerfallende Ammoniumamalgam keine photographisch wirksamen Strahlen emittiert. Diese Zersetzung gehört daher zu jenen Erscheinungen, welche zwar äußerlich dem Zerfalle der radioaktiven Substanzen ähneln, jedoch mit diesem nicht identisch sind.

(Eingegangen 20. Oktober 1906.)

Zur Gravitationstheorie.

Von A. Wilkens.

In Nr. 9 dieser Zeitschrift (7, 300, 1906) hat Herr Wacker in Tübingen unter Zugrundelegung der Prinzipien der Lorentz-Wiechertschen Elektrodynamik das Problem der Bedeutung der Abhängigkeit der trägen Masse von der Geschwindigkeit für die Bewegungsverhältnisse im Sonnensystem behandelt.

Da ich dieses selbe Problem nun bereits vor 2 Jahren diskutiert habe (Vierteljahrsschrift der Astron. Gesellschaft, 39. Jahrg. 3. Heft, 1904) und meine damaligen Untersuchungen den Physikern offenbar nicht zugänglich geworden sind, so dürfte es vielleicht angezeigt sein, die damals von mir erlangten Resultate an dieser Stelle nochmals kurz zu entwickeln, zumal meine Behandlungsweise des Problems in manchen Punkten von der des Herrn Wacker verschieden ist.

Um der elektrodynamischen Abhängigkeit der trägen Masse von der Geschwindigkeit

Rechnung zu tragen [1]), hat man nur an Stelle der kinetischen Energie T in das Hamiltonsche Prinzip den Ausdruck

$$T = {}^1/_2 m q^2 (1 + {}^1/_5 \frac{q^2}{V^2} + \cdots)$$

zu substituieren, wo m die träge Masse, q die Geschwindigkeit gegen den Äther, V die Lichtgeschwindigkeit bedeutet und der Klammerausdruck eine nach $\frac{1}{V^2}$ fortschreitende Reihe fixiert, von der wir nur den ersten, wesentlichsten Term mitnehmen wollen.

Das Problem, das wir nun betrachten wollen, ist das der zwei Körper; die größere Masse bezeichnen wir als die Sonne, die kleinere als den Planeten. u, v, w seien die Geschwindigkeitskomponenten des Planeten, u_1, v_1, w_1 die der Sonne gegen den Äther und zwar längs den Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems x, y, z. Alsdann ist

$$T = {}^1/_2 m q^2 (1 + {}^1/_5 \frac{q^2}{V^2} + \cdots)$$
$$+ {}^1/_2 m_1 q_1^2 (1 + {}^1/_5 \frac{q_1^2}{V^2} + \cdots),$$

wo m die Planeten-, m_1 die Sonnenmasse und $q^2 = u^2 + v^2 + w^2$, $q_1^2 = u_1^2 + v_1^2 + w_1^2$ die Geschwindigkeiten von Planet und Sonne gegen den Äther fixieren.

Die Bewegungsgleichungen in der 2. Lagrangeschen Form sind nun bekanntlich:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{du}\right) = X \text{ etc.},$$

wenn X die reine Newtonsche Anziehung längs der x-Achse darstellt. Zunächst bestehen dann, wie im Falle des reinen Newtonschen Anziehungsgesetzes, auch unter Voraussetzung des erweiterten Ausdrucks der kinetischen Energie die entsprechenden Integrale der Planetenbewegung und zwar repräsentieren

1. $$\Sigma \frac{\partial T}{\partial u} = \alpha$$
$$\Sigma \frac{\partial T}{\partial v} = \beta$$
$$\Sigma \frac{\partial T}{\partial w} = \gamma,$$

wo α, β, γ = const, die Schwerpunktssätze

2. $$\Sigma \left(y \frac{\partial T}{\partial u} - x \frac{\partial T}{\partial v}\right) = \alpha'$$
$$\Sigma \left(z \frac{\partial T}{\partial v} - y \frac{\partial T}{\partial w}\right) = \beta'$$
$$\Sigma \left(x \frac{\partial T}{\partial w} - z \frac{\partial T}{\partial u}\right) = \gamma'$$

die Flächensätze und

3. $$T - \Sigma q \cdot \frac{\partial T}{\partial q} + P = \text{const.},$$

wo P das Newtonsche Potential, das Integral der lebendigen Kraft.

Diese Integrale ersetzen natürlich nur die Integrale der Planetenbewegung und sind nur Analoga zu diesen; ein Schwerpunkt im Sinne der gewöhnlichen Mechanik existiert z. B. überhaupt nicht mehr, ebensowenig ist die Bewegung der Schwerpunktes gradlinig, sondern erfolgt in einer Schraubenlinie. Das Analoge betrifft die anderen Integrale.

Zur Herleitung der durch die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit hervorgerufenen Störungen der elliptischen Bewegung des Planeten um die Sonne denken wir uns den Sonnenmittelpunkt als Anfang eines rechtwinkligen Koordinatensystems x, y, z. Die x-Achse falle mit der Apsidenlinie der Planetenbahn zusammen, die y-Achse liege zu ihr senkrecht in der Bahnebene und die z-Achse senkrecht zur Bahnebene. Da $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ die Relativgeschwindigkeiten des Planeten um die Sonne, u, v, w resp. u_1, v_1, w_1 die Geschwindigkeiten von Planet resp. Sonne gegen den Äther, so ist

$$u = u_1 + \frac{dx}{dt}$$
$$v = v_1 + \frac{dy}{dt}$$
$$w = w_1 + \frac{dz}{dt}.$$

Die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen ergeben dann bei Ausführung der erforderlichen Differentiationen die folgenden Differentialgleichungen für die rechtwinkligen Koordinaten x, y, z des Planeten:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2(1+m)\frac{x}{r^3} - \frac{d}{dt}\left(\frac{2}{5} u \frac{q^2}{V^2}\right)$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2(1+m)\frac{y}{r^3} - \frac{d}{dt}\left(\frac{2}{5} v \frac{q^2}{V^2}\right)$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{5} w \frac{q^2}{V^2}\right),$$

wo k^2 die Gaußsche Konstante ist.

Die zeitlichen Differentialquotienten rechter Hand sind die störenden Kräfte X', Y', Z' und zwar lauten dieselben als Funktionen der Koordinatengeschwindigkeiten und Beschleunigungen:

$$-X' = \frac{2}{5}\frac{q^2}{V^2}\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{4}{5}\frac{u}{V^2}\left(u\frac{d^2x}{dt^2} + v\frac{d^2y}{dt^2}\right)$$

und analog Y' und Z'; vorausgesetzt ist noch, daß die Geschwindigkeit der Sonne gegen den

1) Vergl. z. B. Schwarzschild, Zur Dynamik des Elektrons (Nachrichten der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1903).

Äther als konstant zu betrachten ist. Für die Ableitungen der Koordinaten nach der Zeit substituieren wir die ungestörten Werte der elliptischen Bewegung.

Ferner wollen wir statt der X', Y', Z' ein neues Komponententripel R, T, W einführen, von denen R in der Richtung des Radiusvektors, T senkrecht zum Radiusvektor in der Bahnebene und W senkrecht zur Bahnebene liegt, so daß

$$R = \frac{x}{r}X' + \frac{y}{r}Y' \qquad T = -\frac{y}{r}X' + \frac{x}{r}Y'$$
$$W = Z'.$$

Bildet man die Produkte r^2R, r^2T, r^2W, so kann man dieselben als Funktion der wahren Anomalie w auf die folgende Form bringen

$$r^2 \cdot R = \frac{C}{V^2}(c_0 + c_1 \cos w + c_2 \cos 2w + s_1 \sin w + s_2 \sin 2w)$$

und analog r^2T, r^2W.

Die Koeffizienten c und s sind Funktionen der Komponenten der Sonnenbewegung und der Bahnelemente des Planeten und zwar ist für

$$r^2R: \quad C = \frac{2}{5}k^2 \qquad c_0 = 2u_1^2 + 2v_1^2 + \frac{v_1 n a e}{\sqrt{1-e^2}} + k^2\frac{(1+m)(1+e^2)}{a(1-e^2)} + \frac{n^2a^2e^2}{1-e^2}$$
$$c_1 = \frac{2ea^2n^2}{1-e^2} - \frac{2v_1 n a}{\sqrt{1-e^2}} \qquad c_2 = u_1^2 - v_1^2 - \frac{4v_1 n a e}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{n^2a^2e^2}{1-e^2}$$
$$s_1 = \frac{2 n a u_1}{\sqrt{1-e^2}} \qquad s_2 = \frac{4 n a u_1 e}{\sqrt{1-e^2}} + 2u_1 v_1$$

$$r^2T: \quad C = \frac{4}{5}k^2 \qquad c_0 = 0$$
$$c_1 = \frac{u_1 n a}{\sqrt{1-e^2}} \qquad c_2 = \frac{n a e u_1}{\sqrt{1-e^2}} + u_1 v_1$$
$$s_1 = \frac{e n^2 a^2}{1-e^2} + \frac{v_1 n a}{\sqrt{1-e^2}} \qquad s_2 = \frac{n^2e^2a^2}{2(1-e^2)} + \frac{v_1 n a e}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{u_1^2}{2} + \frac{v_1^2}{2}$$

$$r^2W: \quad C = \frac{4}{5}k^2 w_1 \qquad c_0 = 0$$
$$c_1 = u_1 \qquad s_1 = \frac{n a e}{\sqrt{1-e^2}} + v_1$$
$$c_2 = 0 \qquad s_2 = 0$$

a bedeutet die halbe große Achse, e die Exzentrizität und n die mittlere Bewegung.

Die Differentialgleichungen der Bahnelemente E sind nun von der Form:

$$\frac{dE}{dt} = f(R, T, W),$$

wo f eine lineare Funktion der störenden Kräfte R, T, W mit von den Bahnelementen abhängigen Koeffizienten ist. In erster Annäherung integriert man diese Differentialgleichungen in der Art, daß man die Bahnelemente auf den rechten Seiten als konstant betrachtet. Behält man dann die Zeit t als unabhängige Variable bei, so ist eine Integration in geschlossener Form nicht möglich, weil r und w transzendente Funktionen der Zeit sind, die nur durch Reihenentwickelungen darstellbar sind, welche nur für kleine, planetare Exzentrizitäten hinreichend schnell konvergieren. Indes ist es aber gerade von besonderem Interesse, das Problem für periodische Kometen, also gerade für Bahnen großer Exzentrizität lösen zu können. Die Bewegungsanomalie des Enckeschen Kometen, die in einer säkularen Beschleunigung der mittleren Bewegung bei gleichzeitiger Abnahme der Exzentrizität besteht und bisher allen Erklärungsversuchen gespottet hat, fördert in erster Linie zur Lösung unseres Störungsproblems für den Fall großer, kometarer Exzentrizitäten auf. Führt man nun mittels des Flächensatzes

$$r^2\frac{dw}{dt} = k\sqrt{1+m}\,\sqrt{p},$$

wo p der Parameter, an Stelle der Zeit t die wahre Anomalie w als unabhängige Variable ein, so ist die Integration der Differentialgleichungen für alle Exzentrizitäten in geschlossener Form lösbar; denn die Differentialgleichungen erhalten alsdann die folgende Form:

$$\frac{da}{dw} = \frac{2}{n^2a^2(1-e^2)}\{(r^2R)e\sin w + (r^2\cdot T)e\cos w + (r^2\cdot T)\}$$
$$\frac{de}{dw} = \frac{1}{a^3n^2}\left\{(r^2\cdot R)\sin w + (r^2\cdot T)\cos w + (r^2\cdot T)\frac{\cos w + e}{1+e\cos w}\right\}$$

$$e\frac{d\omega}{dw}=\frac{1}{a^4n^2(1-e^2)}\left\{-(r^2R)p\cos w+(r^2\cdot T)p\sin w+(r^2\cdot T)\frac{a(1-e^2)\sin w}{1+e\cos w}\right\}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dw}=-(r^2\cdot R)\frac{\sqrt{1-e^2}}{a^3n^2(1+e\cos w)}+\frac{e^2}{1+\sqrt{1-e^2}}\frac{d\omega}{dw}$$

$$\frac{d\varphi}{dw}=(r^2W)\frac{\cos(w+\omega-\Theta)}{k^2(1+m)(1+e\cos w)}$$

$$\sin\varphi\frac{d\Theta}{dw}=(r^2W)\frac{\sin(w+\omega-\Theta)}{k^2(1+m)(1+e\cos w)}$$

ω ist die Perihellänge, ε die mittlere Länge der Epoche, φ die Neigung der Bahnebene gegen eine feste Grundebene (Ekliptik) und Θ die Länge des aufsteigenden Knotens. Mit Rücksicht auf die frühere Darstellung von r^2R, r^2W, r^2T als Funktion von w ergibt sich folglich, daß die zu lösenden Integrale alle von der Form

$$\int\frac{\sin\alpha w\cdot\cos\beta w}{1+e\cos w}dw \quad \alpha,\ \beta=1,\ 2,\ 3$$

und folglich alle in geschlossener Form durch die niederen Transzendenten ausdrückbar sind. Die Ausführung der Integration der Differentialgleichungen ergibt dann das folgende Resultat: Alle Bahnelemente erleiden periodische und säkulare Veränderungen, auch die große Halbachse, deren Säkularstörung von der Ordnung der Exzentrizität ist. Die expliziten Ausdrücke für die Säkularstörungen sind die folgenden:

$$\Delta a=\frac{8}{5}\frac{na^2u_1}{V^2(1+m)\sqrt{(1-e^2)^3}}\cdot e\cdot w$$

$$\Delta e=\frac{6}{5}\frac{nau_1}{V^2}\cdot w$$

$$e\cdot\Delta\omega=\frac{2}{5}\frac{1}{V^2}\frac{1}{1+m}\left\{\frac{2v_1na}{\sqrt{1-e^2}}\left(2-\frac{1}{e^2}\right)+\frac{a^2e^2n^2}{1-e^2}+(v_1^2-u_1^2)\left(\frac{1}{e}-\frac{2}{e^3}+\frac{2}{e^3\sqrt{1-e^2}}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{2}{e\sqrt{1-e^2}}\right)+\frac{2v_1na}{e^2}\right\}w$$

$$\Delta\varepsilon=\frac{e}{1+\sqrt{1-e^2}}e\cdot\Delta\omega-\frac{4\sqrt{1-e^2}}{5}\frac{1}{1+m}\frac{1}{V^2}\left\{\frac{2na}{e\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{ane}{\sqrt{1-e^2}}-v_1\right)-\frac{2}{e^2}\left(u_1^2-v_1^2-\frac{4v_1nae}{\sqrt{1-e^2}}-\right.\right.$$
$$\left.-\frac{n^2a^2e^2}{1-e^2}\right)+\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\left[2u_1^2+2v_1^2+\frac{v_1nae}{\sqrt{1-e^2}}+a^2n^2\frac{1+e^2}{1-e^2}+\frac{n^2a^2e^2}{1-e^2}-\frac{2a^2n^2}{1-e^2}+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{2v_1na}{e\sqrt{1-e^2}}+\left(\frac{2}{e^2}-1\right)\left(u_1^2-v_1^2-\frac{4v_1nae}{\sqrt{1-e^2}}-\frac{n^2a^2e^2}{1-e^2}\right)\right]\right\}\cdot w$$

$$\Delta\varphi=\frac{4}{5}\frac{w_1}{1+m}\frac{1}{V^2}\left\{u_1\cos(\omega-\Theta)\left(\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}-1\right)-\frac{v_1}{e^2}\sin(\omega-\Theta)-\frac{v_1\sin(\omega-\Theta)}{\sqrt{1-e^2}}\left(1-\frac{1}{e^2}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{na}{e\sqrt{1-e^2}}\sin(\omega-\Theta)-\frac{nae}{1-e^2}\left(1-\frac{1}{e^2}\right)\sin(\omega-\Theta)\right\}\cdot w$$

$$\sin\varphi\,\Delta\Theta=\frac{4}{5}\frac{w_1}{1+m}\cdot\frac{1}{V^2}\left\{u_1\left(\frac{1}{e^2}\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}-1\right)\sin(\omega-\Theta)+na\left(\frac{1}{e\sqrt{1-e^2}}-e\right)\cos(\omega-\Theta)+v_1\left(\frac{1}{e^2}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\sqrt{1-e^2}\right)\cos(\omega-\Theta)\right\}\cdot$$

Die Koeffizienten der periodischen Störungen, deren trigonometrische Faktoren $\cos\alpha w$, $\sin\alpha w$ resp. $\log(1+e\cos w)$ sind, sind sehr umfangreiche Ausdrücke, so daß wir dieselben an dieser Stelle nicht explizite niederschreiben wollen, zumal diese Störungen sich als praktisch belanglos erweisen werden.

Die so gewonnenen Störungsausdrücke sollen jetzt numerisch auf die Bewegungsverhältnisse im Sonnensystem angewandt werden. Wir betrachten den Äther als ruhend und die astronomisch bestimmte Eigenbewegung des Sonnensystems als die Bewegung des Systems gegen den Äther. Die nach der neuesten Bestimmung von Campbell angenommene Richtung der Sonnenbewegung ist $277^0 30'$ Rektaszension und $19^0 58'$ Deklination und ferner die Eigenbewegung $q_1 = 19{,}9$ km pro Sekunde. Die Komponenten von q_1 längs den Achsen unseres Koordinatensystems sind:
$u_1 = q_1\cos(xA)$ $v_1 = q_1\cos(yA)$ $w_1 = q_1\cos(zA)$,
wenn A den Apex fixiert. Die Richtungscosi-

nusse als Funktionen der Bahnelemente des Planeten und der Position des Apex lauten folgendermaßen:

$$\cos(xA) = \cos B \cos(L-\Theta)\cos(\omega-\Theta) + \sin(\omega-\Theta)(\cos\varphi\cos B\sin(l-\Theta) + \sin\varphi\sin B)$$
$$\cos(yA) = -\sin(\omega-\Theta)\cos B\cos(l-\Theta) + \cos(\omega-\Theta)(\cos\varphi\cos B\sin(l-\Theta) + \sin\varphi\sin B)$$
$$\cos(zA) = \cos\varphi\sin B - \sin\varphi\cos B\sin(l-\Theta),$$

wo B und L Breite und Länge des Apex bedeuten.

Die numerische Anwendung erstreckte sich auf die Planeten Merkur, Venus, Erde, Mars und den schon erwähnten und durch seine Bewegungsanomalie interessanten Enckeschen Kometen. Die periodischen Störungen sind in allen Fällen unmerklich, von der Ordnung $\frac{1}{10^9}$. Für die Säkularstörungen pro Jahrhundert ergibt sich das folgende Tableau:

	Δa	Δ (arc sin e)	$e \cdot \Delta\omega$	φ	$\Delta\Theta \sin\varphi$	ε
Merkur . . .	$-24 \cdot 10^{-7}$	$-4''{,}3$	$0''{,}7$	$-0''{,}2$	$-0''{,}5$	$0''{,}0$
Venus	$-4 \cdot 10^{-8}$	$0''{,}9$	$0''{,}8$	$-0''{,}1$	$-0''{,}1$	$-2''{,}2$
Erde	$-4 \cdot 10^{-7}$	$0''{,}0$	$0''{,}6$	$-0''{,}1$	$0''{,}0$	$0''{,}0$
Mars	$2 \cdot 10^{-7}$	$0''{,}0$	$-0''{,}3$			$-0''{,}6$
Komet Encke .	$9 \cdot 10^{-7}$	$0''{,}2$	$0''{,}3$			$1''{,}0$

Statt der Störung in e ist die Störung in ψ gegeben, wo $e = \sin\psi$. Wir ersehen aus dieser Tafel, daß die Säkularstörungen noch innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegen. Speziell sind die Störungen für den Enckeschen Kometen viel zu gering, um die beobachteten Abweichungen erklären zu können. Wir erhalten somit zwar keine Erklärung solcher Abweichungen, finden aber das Resultat, daß die Einführung einer veränderlichen Masse im Sinne der modernen Elektrodynamik mit den astronomischen Beobachtungen durchaus verträglich ist.

Heidelberg, Astronomisches Institut, 12. Oktober 1906.

(Eingegangen 21. Oktober 1906.)

Bemerkung zu einer neuen Ableitung des Wienschen Verschiebungsgesetzes.

(Antwort auf Herrn Jeans' Entgegnung.[1])

Von Paul Ehrenfest.

I. Das Verschiebungsgesetz besagt: in der Spektralgleichung für die schwarze Strahlung ist $\Phi\lambda^4 T^{-1}$ eine Funktion nur mehr des einzigen Argumentes λT. — In einem neuen Ableitungsversuch dieses Gesetzes möge nun einer der Hauptschritte in folgendem Verfahren bestehen: Aus einer Funktion, über deren Aufbau aus ihren zwei Argumenten nichts bekannt ist, wird die eine der beiden Variabeln weggelassen, weil sie eine Zahl ist, die unter allen in Betracht kommenden Umständen nahe von der Größenordnung 10^{-8} bleibt, „eine Größe, genügend klein, um vernachlässigt zu werden."

Wegen der hohen Bedeutsamkeit, die dem Jeansschen Ableitungsversuch als einer neuen Ausdehnung der dimensionellen Methode zukommt, brachte ich hier außer einer Rekapitulation eine wörtliche Übersetzung jenes Teiles der Abhandlung vor, in dem das oben angeführte Verfahren im einzelnen durchgeführt wird. Ich begnügte mich, durch eine kurze Andeutung zu illustrieren, in welchem Sinne diese Ableitung bei der vorliegenden Gestalt „in einigen Punkten nicht zwingend zu sein scheint". Dabei hatte ich besonders folgenden Passus der Abhandlung im Auge:

Der Wert von c_1 ist folglich zirka $3{,}6 \times 10^{-8}$, eine Größe genügend klein, um vernachlässigt zu werden. Indem man zur Grenze übergeht, in der c_1 gleich Null gesetzt wird[2], kann die Funktion $f(c_1, c_2)$ entweder einer bestimmten Grenze $f(0, c_2)$ zustreben oder auch nicht. Hier wollen wir annehmen, daß eine solche Grenze existiert, ohne uns auf eine Diskussion der exakten Bedeutung dieser Annahme einzulassen. Unter dieser Annahme finden wir[3], daß Φ sehr angenähert in der Form $\Phi = \lambda^{-4} R T f(c_2)$ ausgedrückt werden kann, da der wirkliche Wert von c_1 sehr klein ist."

Herrn Jeans' Entgegnung begnügt sich, neuerlich auf die hier eingreifende Annahme hinzuweisen, ohne auf die angedeutete Diskussion zurückzukommen und fügt nur hinzu, diese Annahme könne richtig oder falsch sein, ergebe sich aber „a posteriori als wahrscheinlich richtig, da sie zum richtigen Ergebnis führt" (nämlich zum Verschiebungsgesetz, um dessen Ableitung es sich hier handelt).

Jene Annahme ist in rein mathematischer Formulierung hingestellt. Mit Rücksicht auf ihre zentrale Stellung in der Ableitung war zu erwarten, daß die Entgegnung für sie eine physikalische Begründung[4] nachtragen werde. Durch die obige Erklärung wird auf eine solche physikalische Begründung verzichtet.

II. Damit wäre die Erörterung beendet, wenn die Entgegnung nicht noch ausführlich von einem Irrtum spräche, den ich bei der speziellen

1) Jeans, diese Zeitschr. **7**, 667, 1906. Vgl. ferner: Ehrenfest, diese Zeitschr. **7**, 527, 1906.

2) Vgl. Anm. 5 und 10

3) Vgl. Anm. 6.

4) Vgl. Anm. 8.

Formulierung meiner Bemerkung begangen haben soll. Im folgenden wird dieser Vorwurf zurückgewiesen.

Herrn Jeans' Verfahren besteht aus folgenden Stufen:

A. Feststellung, daß c_1 immer nahe von der Größenordnung 10^{-8} bleibt (c_2 hingegen verläuft nahe 10).

B. Einführung der Annahme: die unbekannte Funktion $f(x,y)$ hängt von ihrem ersten Argument derart ab, daß gilt [5]):

$$\lim_{x=0} f(x,y) = \varphi(y).$$

C. Aus dieser Annahme wird gefolgert [6]): Der Wert von $f(x,y)$ wird nicht merklich durch die Änderungen ihres ersten Argumentes beeinflußt, wofern nur x (ohne geradezu Null zu sein) nahe 10^{-8} verläuft (während y nahe z. B. 1 bleibt).

D. Nach A besitzen c_1, c_2 für alle in Betracht kommenden Fälle diejenige Größenordnung, die unter C von den Argumenten der unbekannten Funktion vorausgesetzt werden. Somit würde C ergeben: $f(c_1, c_2)$ merklich nur Funktion von c_2. Also Resultat:

$$\Phi = \lambda^{-4} Tg(\lambda T).$$

Zur Probe auf das Verfahren schlug ich eine andere Wahl der Größen c vor:

$$c_1' \equiv \alpha T \quad c_2' \equiv \beta\lambda T^{9/8},$$

wo $\alpha \equiv Rm^{-1}V^{-2}$ und $\beta \equiv R^{9/8} Ke^{-2} m^{-1/8} V^{-1/4}$. Es sind dann αT und $\beta\lambda T^{9/8}$ (genau wie die Größen c_1, c_2) zwei voneinander unabhängige dimensionslose Verbindungen der Naturkonstanten R, m, V, K, e und der Variabeln λ, T. Es tritt da wieder eine unbekannte Funktion $f'(c_1', c_2')$ auf, über deren Aufbau genau so wenig bekannt ist, wie über die Jeanssche Funktion $f(c_1, c_2)$.

A'. Für alle in Betracht kommenden Fälle verläuft [7]) c_1' nahe 10^{-8} und c_2' nahe 10.

B'. Wir stellen die Annahme hin [8]): die unbekannte Funktion $f'(x,y)$ hängt von ihrem ersten Argument x derart ab, daß gilt

$$\lim_{x'=0} f'(x',y') = \varphi'(y')$$

usw. Resultat:

$$\Phi = \lambda^{-4} Tg'(\lambda T^{9/8}).$$

Die Entgegnung besagt, dieses Resultat komme nur durch einen Irrtum meinerseits zustande. „Was ich vernachlässigen will," sagt Herr Jeans, „ist das Verhältnis $\frac{C^2}{V^2}$. Ich will die vereinfachende Annahme einführen, daß die Elektronengeschwindigkeit klein gegen die Lichtgeschwindigkeit ist." Nun komme bei der Wahl c_1, c_2 dieser Quotient nur in c_1, nicht in c_2 vor. Bei der Wahl c_1', c_2' hingegen komme er auch in c_2' vor. Ich hätte also übersehen [9]), daß bei dem Grenzübergang: $\frac{C^2}{V^2} = 0$ die Größe c_2' im Gegensatz zu c_2 zu Null wird. So würde aus $f'(c_1', c_2')$ hervorgehen $f(o, o)$ und nicht $f'(o, c_2')$, während aus $f(c_1, c_2)$ hervorgehen konnte $f(o, c_2)$. (Vgl. die nähere Ausführung an einem Beispiel in der Entgegnung.)

Ich habe darauf zu erwidern:

Daß das Verhältnis $\frac{C^2}{V^2}$ immer klein wie 10^{-8} ist, wird bei meiner Wahl c_1', c_2' unter A' und D' genau ebenso benutzt, wie bei der Wahl c_1, c_2 unter A und D.

Ein Grenzübergang $\frac{C^2}{V^2} = 0$ aber, ist an keinem einzigen Punkt des Verfahrens zu vollziehen. [10]) Dementsprechend liegt keinerlei Irrtum meinerseits vor.

Man sieht: In dem Verfahren gibt es keinen Punkt, demgegenüber die Wahl c_1, c_2 vor der (zur Probe eingeführten) Wahl c_1', c_2' ausgezeichnet wäre. Somit bleibt meine Bemerkung aufrecht, daß das Jeanssche Verfahren in seiner

5) Wenn es im § 5 an dieser Stelle heißt: „indem man zur Grenze übergeht, in der c_1 gleich Null gesetzt wird ....", so erweckt diese abgekürzte Ausdrucksweise leicht den Eindruck, als ob an dieser Stelle des Verfahrens ein Grenzübergang: Quotient aus Elektronengeschwindigkeit durch Lichtgeschwindigkeit = 0 eingreift. Die oben durchgeführte, etwas weitläufigere Schreibweise beugt dieser Verwirrung vor. In der Tat handelt es sich hier nur um den Bau der Funktion $f(x,y)$, nämlich um die Frage: Was geschieht, wenn man in der unbekannten Funktion an allen Stellen, an denen die Größe c_1 steht, sie durch die konstante Größe Null ersetzt. $c_1 = m^{-1}V^{-2}RT$ selber bleibt natürlich für das ganze Verfahren nahe 10^{-8} und nirgends kommt in Frage, was wohl alles geschehen würde, wenn $m^{-1}V^{-2}RT$ statt 10^{-8}, Null wäre. (Vgl. dazu Anm. 10.)

6) Eigentlich darf dies noch nicht ohne weiteres gefolgert werden. — Beispiel: Seien $\Gamma(y)$ und $\gamma(y)$ zwei Funktionen von solchem Bau, daß für y nahe 1, $\Gamma(y)$ groß gegen $\gamma(y)$ ist. Sei ferner

$$f(x,y) = \gamma(y) - \frac{\Gamma(y)}{\log x}.$$

Es ist dann zwar $\lim_{x=0} f(x,y) = \gamma(y)$. Aber für x nahe 10^{-8}, y nahe 1 wird der Wert von f noch beliebig stark durch Änderungen von x beeinflußt werden können. — Diese Bemerkung ist hier lediglich der logischen Vollständigkeit halber angeführt. Denn dieser spezielle Punkt ließe sich durch eine etwas andere Formulierung der Annahme B wohl leicht erledigen.

7) Es ist nämlich $c_1' = c_1$ und $c_2' = c_1^{1/8} c_2$.

8) Solange für die analoge Annahme unter B eine physikalische Begründung fehlt, ist die Annahme B genau so willkürlich, wie die Annahme B'. Sollten B und B' einander widersprechen, so kann man a priori nicht wissen, welche von beiden Annahmen unrichtig ist.

9) Vgl. in meiner Bemerkung den Hinweis: „Zur Vorsicht wurde c_2' so gewählt, daß es dieselbe Größenordnung besitzt wie c_2."

10) Vgl. Anm. 5. Sollte ich hier doch Herrn Jeans' Meinung mißverstanden haben, so glaube ich folgende Fragen stellen zu dürfen: 1. Wo greift in seinem Verfahren die Annahme: Elektronengeschwindigkeit durch Lichtgeschwindigkeit = 0 (statt 10^{-8}) ein? 2. Wie ist dieser Grenzübergang zu verstehen? Soll dabei die Temperatur zu Null werden — dann würde aber c_2 gerade so zu Null wie c_2'. Oder soll die Lichtgeschwindigkeit ∞ werden? Oder soll die Elektronenmasse = ∞ angenommen werden?

vorläufigen Gestalt je nach der Wahl der Verbindungen c_1, c_2 noch zu ganz verschiedenen Resultaten führt und als Ableitung des Verschiebungsgesetzes „in einigen Punkten nicht zwingend zu sein scheint".

III. Ich erlaube mir, noch die Absicht anzugeben, die ich bei der Aufwerfung meiner Frage hatte. Die Gestalt des Verschiebungsgesetzes $\Phi = \lambda^{-4} T g(\lambda T)$ macht wahrscheinlich, daß in einer vollständigen Theorie der schwarzen Strahlung eine universelle Konstante auftreten wird, die unter Mithilfe der Boltzmann-Maxwellschen Konstanten R und eventuell der Lichtgeschwindigkeit V das Argument λT dimensionslos zu machen hat.[11]) Das dimensionelle Verfahren, das Herr Jeans in der vorliegenden Arbeit einschlägt, führt offenbar zu Spekulationen über den Aufbau dieser universellen Konstanten und zwar würde sich hier die Verbindung Radius mal Energie des Elektrons als bedeutsam erweisen. Nun schien mir, daß die Zuverlässigkeit einer solchen Spekulation vermehrt würde, wenn die rein mathematischen Hypothesen, die unter B und C eingreifen, durch eine physikalische Argumentierung gestützt werden könnten. In der Erwartung einer solchen Ergänzung hatte ich meine Frage Herrn Jeans mitgeteilt und hier vorgebracht.

11) Vgl. Planck, Vorlesg. über Wärmestrahlung, § 149.

Göttingen, Oktober 1906.

(Eingegangen 23. Oktober 1906.)

Über die Schwingungen eines Stabes, der auf einer Flüssigkeitsoberfläche schwimmt.

Von T. Terada.

Die interessante Arbeit über die Schwingungen von Dampfern[1]), welche Herr Dr. S. Yokota in der Maisitzung der Tokyô Mathematico-Physical Society verlesen hat, veranlaßte mich, die vorliegende Untersuchung anzustellen.

Wenn ein auf einer Flüssigkeitsoberfläche vollkommen frei schwimmender Stab in Schwingung versetzt wird, so setzt sich die Bewegungsenergie zusammen aus der dem Stabe an sich zukommenden und der von der erzwungenen Schwingung der Flüssigkeit herrührenden. Die Zunahme der kinetischen Energie erniedrigt die natürliche Tonhöhe in der Luft, während die Zunahme der potentiellen Energie sie erhöht. Nun rührt aber die potentielle Energie der Flüssigkeit von der Verschiebung der Flüssigkeit entgegen der Schwerkraft her und ist infolgedessen sehr klein im Vergleich zu der von der Durchbiegung des Stabes herrührenden, vorausgesetzt, daß der Stab hinlänglich elastisch ist, und daß die Dichte der Flüssigkeit gegenüber der des Stabes nicht sehr groß ist. Die kinetische Energie der Flüssigkeit kann dagegen von einer Größenordnung sein, die mit der des Stabes vergleichbar ist. Für den Fall, daß die Breite oder die Dicke des Stabes nicht gleichförmig ist, kann sich durch das Schwimmen auch die Lage der Knoten ändern, da ja die Rückwirkung der Flüssigkeit an verschiedenen Stellen verschieden sein kann.

Herr Dr. Yokota hatte die Freundlichkeit, mir ein aus einem hölzernen Block gefertigtes Modell eines Torpedobootes für meine Versuche zur Verfügung zu stellen. Dessen Länge betrug 1,32 m, die größte Breite 14,5 cm und die Tiefe mittschiffs 9 6 cm. Dieses Modell wurde an zwei ungefähr um ein Viertel seiner Länge von den Endpunkten entfernten Stellen durch eine Unterlage gestützt, welche dick mit Wattepolstern bedeckt war, damit die Unterlage die freien Schwingungen des Modelles möglichst wenig beeinträchtigte. Dann wurde mit einem kleinen hölzernen Hammer, dessen Kopf mit Kautschuk belegt war, leicht an das Modell geklopft. Der auf diese Weise hervorgebrachte Ton ist zwar ziemlich komplizierter Natur und hält nur kurze Zeit an, doch gelang es mir nach einiger Übung, den Grundton und eine Anzahl höherer Teiltöne herauszuhören; diese verglich ich dann mit einer Reihe von Stimmgabeln, um ihre Schwingungszahlen annäherungsweise zu bestimmen. Zur Bestimmung höherer Teiltöne erwiesen sich Helmholtzsche Resonatoren als sehr geeignet.

Ich fand, daß die Schwingungsebene der am meisten hervortretenden Schwingung entweder vertikal oder horizontal in bezug auf die natürliche Lage des Schiffes gerichtet war, und eine dazwischenliegende Art von Schwingungen habe ich nicht beobachtet. Wenn das Modell vertikal angeschlagen wurde, so fehlte die horizontale Schwingung nahezu ganz, und umgekehrt. Um die einer bestimmten Schwingungsweise entsprechenden Knoten zu finden, richtete ich meine Aufmerksamkeit auf den entsprechenden Ton — wenn es sich um Obertöne handelte, unter Benutzung eines geeigneten Resonators — und suchte die Lagen auf, die beim Anschlag die geringste Energie des Tones ergaben. Auf diese Weise konnte ich bis zum zweiten Oberton einschließlich sowohl bei der vertikalen als auch bei der horizontalen Schwingung die Lage der Knoten mit Leichtigkeit bis auf höchstens 1 cm genau bestimmen. Verfügt man über eine Stimmgabel, welche mit einem der natürlichen Töne nahezu in Einklang steht, so kann man die entsprechenden Knoten auch

1) S. Yokota, Proc. of the Tokyô Math.-Phys. Soc. **3**, 91, 1906.

durch Abtasten der Seiten des Modelles mit dem Stiel der Stimmgabel finden, wie ich dies in einer früheren Mitteilung über den Resonanzkasten[1]) beschrieben habe. Es zeigte sich, daß der von der Unterlage ausgeübte Einfluß ziemlich unbedeutend ist; veränderte man nämlich die Lage der Unterstützungspunkte, so war weder an der Tonhöhe noch an der Lage der Knoten eine merkliche Änderung zu beobachten. Im weiteren Verlaufe der Untersuchung ließ ich dann das Modell in ein kleines Becken von 1,41 m Länge, 0,62 m Breite und 8 cm Tiefe vom Stapel. Der Tiefgang betrug nahezu die Hälfte seiner Dicke. In dieser Lage wurden dann den oben beschriebenen ähnliche Versuche angestellt. In diesem Falle war jedoch der hervorgebrachte Ton von viel kürzerer Dauer und dabei schwächer als in der Luft, und infolgedessen war die Bestimmung nicht so leicht wie im obigen Falle. In den folgenden Tabellen habe ich die Ergebnisse meiner Versuche mit den auf Grund der von Herrn Dr. Yokota für seinen Torpedobootzerstörer gefundenen Ergebnisse berechneten Werten[2]) und den bekannten Ergebnissen für einen gleichförmigen Stab übersichtlich zusammengestellt:

Tabelle I. Vertikale Schwingung.

Anzahl der Knoten	Sekundliche Schwingungsz.		Entfernung der Knoten vom Stern in Bruchteilen der Gesamtlänge			
			Modell		Berechnet f. den freien Torpedobootzerstörer	Freier gleichförmiger Stab
	in Luft	auf Wasser	in Luft	auf Wasser		
2	308	220	0,274	0,255	0,249	0,224
			0,703	0,690	0,742	0,776
3	650	490	0,174	—	0,159	0,132
			0,490	—	0,497	0,500
			0,805	—	0,817	0,868
4	1040	—	0,130	—	0,110	0,094
			0,377	—	0,327	0,357
			0,612	—	0,590	0,643
			0,838	—	0,860	0,906

Tabelle II. Horizontale Schwingung.

Anzahl der Knoten	Sekundliche Schwingungszahl		Entfernung d. Knoten v. Stern in Bruchteilen der Gesamtlänge	
	in Wasser	a. Wasser	in Luft	auf Wasser
2	434	365	0,272	0,276
			0,720	0,755
3	870	775	0,151	0,219
			0,494	0,510
			0,830	0,852
4	1300	—	0,118	—
			0,396	—
			0,680	—
			0,895	—

1) Diese Zeitschr. 7, 602, 1906.
2) Die Zahlen habe ich nach der Figur 2, Tafel II, der Arbeit des Herrn Dr. Yokota berechnet.

Aus diesen Tabellen geht hervor:

1. daß die Schwingungszahlen für die ersten drei Schwingungsarten nahezu harmonisch sind,

2. daß die Schwingungszahl auf Wasser ungefähr 0,8 mal so hoch ist wie in Luft,

3. daß die Knoten bei der horizontalen Schwingung, mit Ausnahme des am weitesten hinten gelegenen, denen bei der vertikalen Schwingung vorauf gehen,

4. daß bei der vertikalen Schwingung die Knoten auf Wasser nach hinten zu verschoben erscheinen, während bei der horizontalen Schwingung das Gegenteil der Fall ist. Herr Dr. Yokota meint, daß die letztgenannte Tatsache sich erklären lasse, wenn man beachtet, daß die Breite des Schiffes in der hinteren Hälfte größer ist als in der vorderen, während für die Tiefe im Wasser das umgekehrte Verhältnis gilt. Da ich diese Erklärung als einleuchtend betrachtete, so machte ich folgenden einfachen Versuch. Ich untersuchte einen langen hölzernen Balken von gleichförmiger Dicke, dessen Breite sich von einem Ende zum andern hin gleichförmig änderte, in ähnlicher Weise wie das Modell. Wenn der Balken flach schwamm, so waren die Knoten merklich gegen das breitere Ende hin verschoben. Einen ähnlichen Einfluß beobachtete ich, wenn ich einen Stab, der am einen Ende tiefer eintauchte als am anderen, horizontal schwingen ließ. Bei gleichförmiger Breite und Tiefe konnte ein derartiger Einfluß nicht beobachtet werden.

Der Einfluß der Tiefe des Beckens scheint sehr gering zu sein, vorausgesetzt, daß der Boden des Balkens oder des Schiffes nicht etwa sehr nahe an dem des Beckens liegt. Andererseits ist der Einfluß des Tiefganges ziemlich beträchtlich; die einer gegebenen Zunahme des Tiefganges entsprechende Abnahme der Schwingungszahl wird kleiner mit zunehmendem Tiefgange, vorausgesetzt, daß der Balken nicht vollständig eintaucht. Außerdem ändert sich der Einfluß des Tiefganges mit der Gestalt des Balkens. Ein erschöpfendes Studium dieser Einflüsse wird ein weites Feld für experimentelle und theoretische Untersuchungen bieten.

Ich könnte noch hinzufügen, daß man, wenn man einen langen schwimmenden Stab horizontal anschlägt, eine schöne Kräuselung der Wasseroberfläche am Bauche der tiefsten Schwingungsart beobachtet; wenn dagegen der Stab vertikal angeschlagen wird, so ist diese Kräuselung kaum zu bemerken. Dieser Umstand scheint eine interessante Bedeutung zu besitzen im Hinblick auf den Versuch von Yarrow[1]), bei welchem die Lage der Knoten durch das Wellenmuster sichtbar gemacht wurde, das sich zur Seite des Schiffes ausbildete, wenn die Maschine lief.

1) Trans. of Inst. Nav. Arch. 1884.

Die mathematische Lösung des Problems erscheint mir ziemlich unzugänglich. Einstweilen will ich folgende einfache Erklärung als rohe Annäherung für den Fall der vertikalen Schwingung geben.

Wir wollen annehmen, die Flüssigkeit sei unendlich tief, und ihre Oberfläche habe eine unendliche Ausdehnung. Die Bewegung mag immerhin irrotatorisch sein. Wir nehmen nun an, die Flüssigkeit werde in solche Schwingungen versetzt, daß das Geschwindigkeitspotential dargestellt werde durch

$$\Phi = Ae^{-kz} \cos mx \cos ny \cos pt, \qquad (1)$$

wo als die xy-Ebene die Gleichgewichtsebene der Flüssigkeitsoberfläche und als z-Richtung die Richtung senkrecht nach unten angenommen ist; und zwar sei diese Schwingung dadurch erzeugt, daß man der Flüssigkeitsoberfläche eine zwangsweise Bewegung erteilt habe, welche dargestellt werde durch

$$\zeta = -Ak \cos mx \cos ny \cos pt, \qquad (2)$$

wo ζ die vertikale Verschiebung der Oberfläche bedeutet. Dann folgt aus der Kontinuitätsgleichung:

$$k^2 = m^2 + n^2.$$

Betrachten wir andererseits einen langen rechteckigen Stab von der Länge l, der Breite a und der Dicke t, welcher auf der Flüssigkeitsebene in der Art schwimmen möge, daß seine untere Fläche gerade auf der Flüssigkeitsoberfläche liegt, und daß seine Längsrichtung in die Richtung der x-Achse und der Mittelpunkt seiner einen Endfläche in den Koordinatenanfangspunkt fällt. Versetzt man einen solchen Balken in eine erzwungene vertikale Schwingung, welche durch die Gleichung

$$\zeta' = -Ak \cos mx \cos pt \qquad (3)$$

dargestellt wird, wo ζ' die vertikale Verschiebung des Stabes bedeutet, so wird die Bewegung der Flüssigkeit in der Nachbarschaft des Stabes der durch die Gleichung (1) dargestellten Bewegung gleichen, vorausgesetzt, daß

$$m = \frac{2\pi}{l}$$

und

$$n = \frac{2\pi}{a}$$

ist. Mit anderen Worten: wir können uns ein begrenztes Gebiet vorstellen von der Beschaffenheit, daß die kinetische Energie der Flüssigkeit im Falle (1), über dieses Gebiet integriert, gleich ist der gesamten Energie der Flüssigkeit in dem Falle, daß der schwimmende Stab gezwungen wird, sich gemäß der Gleichung (3) zu bewegen. Der Umstand, daß die Abmessungen und die Gestalt des Beckens einen geringen Einfluß haben, scheint darauf hinzuweisen, daß die Ausdehnung dieses Gebietes nicht sehr groß ist im Vergleich mit den Abmessungen des Stabes.

Kehren wir nunmehr zu dem idealen Falle zurück, wie er durch die Gleichung (1) dargestellt wird, so ist die kinetische Energie der Flüssigkeit

$$T' = \frac{1}{2}\varrho' \iiint \left\{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2\right\} dx\,dy\,dz,$$

wo ϱ' die Dichtigkeit der Flüssigkeit bedeutet. In dem tatsächlichen Falle, wo die Länge des Balkens im Vergleich zu seiner Breite sehr groß ist, ist wahrscheinlich die Bewegungsfreiheit am Boden des Balkens viel größer in der Breitenrichtung als in der Längsrichtung. Mit anderen Worten: die tatsächliche Geschwindigkeit in der x-Richtung kann klein sein gegenüber $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$.

Wenn wir $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2$ vernachlässigen, so wird

$$T' = \frac{1}{2}\varrho' A^2 \iiint e^{-2kz} (n^2 \cos^2 mx \sin^2 ny + k^2 \cos^2 mx \cos^2 ny) \cos^2 pt\, dx\, dy\, dz.$$

Vernachlässigen wir m^2 gegenüber n^2, so erhalten wir

$$k = n$$

und somit:

$$T' = \frac{1}{2}\varrho' A^2 \iiint e^{-2kz} n^2 \cos^2 mx \cos^2 pt\, dx\, dy\, dz.$$

Wir integrieren nach z von 0 bis ∞ und erhalten:

$$T' = \frac{\varrho' A^2 n}{2} \iint \cos^2 mx \cos^2 pt\, dx\, dy.$$

Wir integrieren weiter nach y von $-ea$ bis $+ea$, wo e ein Faktor ist, der für eine gegebene Gestalt des Stabes als konstant betrachtet werden kann, und der T' gleich der gesamten kinetischen Energie für den Fall des schwimmenden Stabes macht. Wir erhalten:

$$T' = \frac{1}{2} e\varrho' A^2 \pi \int_0^l \cos^2 mx \cos^2 pt\, dx.$$

Nun ist die kinetische Energie der Transversalbewegung des Stabes

$$T = \frac{1}{2}\int \varrho\omega \dot{z}^2\, dx,$$

wo ϱ die Dichtigkeit und ω den Querschnitt des Stabes bedeuten. Wird der Balken, für den ϱ und ω konstant sind, gezwungen, in der durch die Gleichung (2) bestimmten Weise zu schwingen, so wird

$$T = \frac{1}{2} A^2 n^2 \varrho\omega \int_0^l \cos^2 mx \cos^2 pt\, dx.$$

Man kann demnach die Wirkung von T' ansehen als äquivalent einer Zunahme von ϱ in

dem Ausdruck für die translatorische kinetische Energie des Stabes in dem Verhältnis

$$1 : 1 + e \frac{\varrho'}{\varrho} \cdot \frac{a^2}{4\pi\omega}$$

oder

$$1 : 1 + \frac{e}{4\pi} \cdot \frac{\varrho'}{\varrho} \cdot \frac{a}{t},$$

da

$$\omega = at$$

ist. Wenn man daher die kinetische Energie der Rotation für den Fall eines sehr dünnen Stabes vernachlässigt, so wird das Verhältnis zwischen der Schwingungszahl in Luft, N_a, und der auf der Flüssigkeit, N_e, durch die Gleichung

$$\frac{N_a}{N_e} = \sqrt{1 + \frac{e}{4\pi} \cdot \frac{\varrho'}{\varrho} \cdot \frac{a}{t}}$$

gegeben.

Um zu prüfen, inwieweit das im vorstehenden abgeleitete Ergebnis als eine Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse angesehen werden darf, habe ich mit mehreren hölzernen Balken von verschiedenen Längen und verschiedenen Werten für das Verhältnis $\frac{a}{t}$ Versuche angestellt. Aus diesen wurde der Wert für e nach der obigen Gleichung bestimmt. Ich erhielt die folgenden Ergebnisse:

Tabelle III.

$\frac{\varrho}{\varrho'}$	$\frac{a}{t}$	l	$\frac{e}{4\pi}$
0,50	0,265	51,5	0,48
0,36	0,457	42,0	0,44
0,40	0,600	21,0	0,44
0,67	0,788	49,0	0,36
"	"	30,0	0,46
"	"	18,5	0,39
"	1,27	49,0	0,34
"	"	30,0	0,41
"	"	18,5	0,34
0,40	1,67	21,0	0,33
0,36	2,18	42,0	0,32
0,50	3,78	51,5	0,29

Mittelwert: $\frac{e}{4\pi} = 0{,}38$,

mithin: $e = 4{,}77$.

Um andererseits den Einfluß von ϱ und ϱ' in obiger Formel zu untersuchen, untersuchte ich einen hölzernen Stab auf Wasser und auf einer Kochsalzlösung. Aus dem Sinken der Tonhöhe in jedem Falle berechnete ich unter Zugrundelegung der obigen Gleichung die Dichtigkeit der Salzlösung. Ich erhielt bei einer tatsächlichen Dichtigkeit von 1,15 den Wert 1,23. Darauf untersuchte ich einen Eisenstab auf Wasser und auf Quecksilber und erhielt $\varrho' = 14{,}5$ statt 13,5.

Wenn der Stab teilweise in die Flüssigkeit eintaucht, so kann e als Funktion einerseits des Tiefganges, andererseits von a, t und wahrscheinlich auch von l angesehen werden. Auf Grund einer Reihe von Versuchen fand ich, daß e anfänglich schnell, späterhin dann allmählich mit dem Tiefgange zunimmt. Beispielsweise beträgt sowohl für $a = 1{,}6$ und $t = 3{,}5$, als auch für $t = 1{,}6$ und $a = 3{,}5$ der Unterschied in der Tonhöhe in den beiden Fällen, daß einmal die untere Seite des Balkens auf der Flüssigkeitsoberfläche ruht und das andere Mal seine obere Seite sich auf gleicher Höhe mit ihr befindet, ungefähr einen Halbton, und der Hauptanteil an diesem Unterschied entfällt auf das Eintauchen der ersten Hälfte.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 24. September 1906.)

Über das Radioaktinium.

Von Otto Hahn.

In einer früheren Mitteilung[1]) habe ich bereits einen kurzen Bericht über die Methoden zur Abtrennung und die radioaktiven Eigenschaften eines neuen Produktes im Aktinium gegeben. Ich wählte dafür den Namen Radioaktinium, denn seine Stellung unter den Zerfallsprodukten des Aktiniums ist dieselbe wie die des Radiothoriums in der Thoriumreihe.

Die vorliegende Mitteilung befaßt sich mehr im einzelnen mit den Eigenschaften des Radioaktiniums und bringt die experimentellen und theoretischen Kurven, die auf seine Stellung als Zwischenprodukt zwischen Aktinium und Aktinium X Licht werfen.

I. Darstellung des Radioaktiniums.

Es sei gleich erwähnt, daß die Versuche über Radioaktinium sowohl mit Debierneschem als auch mit Gieselschem Aktinium (Emanium) ausgeführt worden sind. Wiederum, wie in früheren Fällen, konnte ein Unterschied im radioaktiven Verhalten der beiden Präparate nicht beobachtet werden; ein Resultat, das die tatsächliche Identität der radioaktiven Elemente in beiden Produkten nun über jeden Zweifel erhebt.

Sucht man Aktinium, wenn es als das lockere Pulver vorliegt, wie man es beim Glühen erhält, durch Salzsäure in Auflösung zu bringen, so gelingt dies in den meisten Fällen nicht vollständig. Die Lösung ist trübe und ein kleiner Teil bleibt ungelöst; seine Menge hängt von der Stärke und Natur der Säure und von dem verwandten Präparat ab. Dampft man einen kleinen Teil des klaren Filtrats zur Trockne ein und prüft von Zeit zu Zeit im Elektroskop, so

1) Ber. **39**, 1605, 1906.

erkennt man, daß die Aktivität während einer recht langen Zeit zunimmt. Die auf diese Weise zuerst erhaltenen Kurven waren nicht sehr regelmäßig; immerhin aber ließen sie einen Unterschied erkennen gegen die Kurven, wie man sie erwarten sollte, wenn die Zunahme der Aktivität nur von der Entstehung von Aktinium *X* und seiner Zerfallsprodukte herrühren würde.

Andererseits zeigte das Verhalten des ungelösten Teils einen auffallenden Unterschied zu dem Verhalten von Aktinium *X* oder einem Gemisch von Aktinium und einem Überschuß von Aktinium *X*.

So blieb in einigen Fällen die Aktivität des Filters, anstatt abzunehmen, eine Zeitlang ungefähr konstant; in anderen Fällen nahm sie sogar tatsächlich zu.

Dies Resultat war sehr überraschend, da ja die Aktivität des Filtrats ebenfalls und zur selben Zeit zunahm.

Alle diese Resultate waren durchaus unerwartet, und eine einwandsfreie Erklärung ließ sich nicht erkennen.

Um nun herauszufinden, ob vielleicht physikalische Einflüsse wie Diffusionserscheinungen, Feuchtigkeit usw. für das oben besprochene anormale Verhalten verantwortlich gemacht werden könnten, wurde eine große Anzahl von Versuchen unternommen, um jene Aktivitätsschwankungen unter verschiedenen Bedingungen und mit auf verschiedene Weise erhaltenen Präparaten zu prüfen.

Als allgemeines Resultat wurde erkannt, daß der in verdünnter Säure nicht gelöste Teil des Aktiniumpräparates ein neues radioaktives Produkt enthielt. War neben diesem ein größerer Teil Aktinium *X* im ungelösten Teil anwesend, so blieb dessen Aktivität für kurze Zeit nahezu konstant, nahm dann langsam ab und zerfiel schließlich nach einem Exponentialgesetz mit einer Periode von etwa 20 Tagen. War kein Aktinium *X* im ungelösten Teil, so nahm dessen Aktivität anfangs zu, erreichte nach 2—3 Wochen ein Maximum und zerfiel dann auch schließlich exponential mit einer Periode von 20 Tagen.

Dieses Produkt, dessen Aktivität also nach etwa 20 Tagen auf den halben Wert sinkt, wurde dann später „Radioaktinium" genannt, als seine Stellung in der Aktiniumzerfallsreihe festgelegt war.

Jene erste Darstellungsmethode war keine sehr zufriedenstellende und gab gewöhnlich ein Gemisch der sämtlichen Aktiniumzerfallsprodukte, nur mit einem gewissen Überschuß an Radioaktinium.

In folgendem gebe ich zwei Methoden, die zufriedenstellender arbeiteten, und die gestatteten, ein Radioaktiniumpräparat zu erhalten, das wenigstens nahezu frei von Aktinium und Aktinium *X* war.

Eine Aktiniumlösung, die zur Erreichung radioaktiven Gleichgewichts mehrere Monate gestanden hatte, wurde wiederholt mit Ammoniak gefällt. Wie Godlewski und Giesel gezeigt haben, bleibt hierbei das Aktinium *X* in Lösung, während Aktinium sich im Niederschlage findet. Die Ammoniakfällung war mehrere Male zu wiederholen, um die Trennung von Aktinium und Aktinium *X* so vollständig wie möglich zu machen.

Der Niederschlag wurde dann in verdünnter Salzsäure gelöst, und zu der sauren Lösung ein klein wenig Natriumthiosulfat zugegeben.

Dieses wird von der freien Säure zersetzt und geringe Mengen amorphen Schwefels beginnen sich auszuscheiden. Er setzt sich langsam ab, wird dann abfiltriert und mit seinem Filterchen im Porzellantiegel verbrannt.

Eine geringe Menge fester Substanz bleibt dabei immer zurück, denn mit dem Schwefel werden auch kleine Mengen der seltenen Erden, wie Thorium usw., mit niedergerissen.

Dieser Niederschlag zeigt beträchtliche Aktivität, deren Betrag natürlich von der Menge angewandten Aktiniums abhängt. Die Aktivität nimmt noch zu etwa dem doppelten Wert des anfänglichen zu, geht dann langsam zurück und zerfällt schließlich exponential mit einer Halbwertperiode von ungefähr 20 Tagen.

Eine andere Methode, die mit Erfolg zur Abscheidung des Radioaktiniums benutzt werden kann, habe ich bereits in der Mitteilung: Über den Ionisationsbereich der α-Strahlen des Aktiniums[1]) beschrieben. Zu einer Aktiniumlösung im Gleichgewicht wird Ammoniak nur in solcher Menge zugegeben, daß keine vollständige Fällung erzielt wird. Das Ammoniakfilter wird von neuem gelöst und wieder mit unzureichender Menge Ammoniak gefällt.

Durch mehrmaliges Wiederholen läßt sich auf diese Weise Aktinium *X* vollständig und Aktinium zum größten Teil in Lösung erhalten, während das Radioaktinium zum großen Teil im Niederschlag sich findet. Letzterer wird ebenso behandelt, wie es weiter oben für den Schwefelniederschlag angegeben ist.

Die eben skizzierten Methoden zur Abscheidung des Radioaktiniums sind noch immer nicht sehr zufriedenstellend. In manchen Fällen gelingt die Trennung sehr schön, in anderen wieder nicht; Aktinium fällt mit aus oder andere Komplikationen treten auf. Die richtigen Bedingungen werden eben nicht immer leicht getroffen; immerhin läßt sich eine Trennung nach obigen Methoden im allgemeinen ohne Schwierigkeit ausführen. Nach einigen Versuchen Levins, die in diesem Institute ausgeführt sind, scheint Radioaktinium auch, wenigstens zu einem ge-

1) Diese Zeitschr. 7, 557, 1906.

wissen Betrag, durch Elektrolyse zu erhalten zu sein.

II. Radioaktive Eigenschaften des Radioaktiniums.

a) Art der Strahlung.

Radioaktinium sendet α-Strahlen aus. In der oben erwähnten Mitteilung [1]) habe ich angegeben, wie man sich eine möglichst dünne Schicht der aktiven Substanz herstellt, die genügend stark aktiv ist, um den Ionisierungsbereich der α-Partikeln in Luft nach der elektrischen Methode zu bestimmen.

Es wurde gezeigt, daß frisch dargestelltes Radioaktinium eine einheitliche Sorte von α-Partikeln ausschleudert, die imstande sind, die Luft unter gewöhnlichen Umständen über eine Entfernung von 4,8 cm zu ionisieren.

Während frisch hergestelltes Radioaktinium eine beträchtliche α-Aktivität zeigt, ist die Wirkung der β-Strahlen [2]) anfangs sehr schwach und rührt wahrscheinlich von der Anwesenheit geringer Mengen von Aktinium B her.

Dies Resultat ist in Übereinstimmung mit den Befunden Levins [3]), die im Rutherfordschen Institut erhalten wurden, daß nämlich von den Produkten des Aktiniums nur das Aktinium B β-Strahlen aussendet.

Ein geringer Betrag von Aktinium-Emanation war ebenfalls in dem frischen Radioaktinium anwesend. Da das Aktinium X der direkte Erzeuger der Emanation ist, so muß der Betrag an Emanation dem Betrag an Aktinium X proportional sein. Wie weiter unten bewiesen werden wird, ist das Aktinium X selbst der direkte Abkömmling von Radioaktinium; es ist deshalb sehr schwer, ein Radioaktiniumpräparat vollständig frei von Aktinium X und der Emanation zu erhalten; aber es gelingt ohne Schwierigkeit, ein Präparat zu bekommen, dessen Emanationskraft nur einen kleinen Bruchteil von dem Wert ausmacht, den das Präparat 3 Wochen später zeigt.

Emanationsvermögen und β-Strahlenaktivität steigen proportional an, da das Aktinium B, das die β-Strahlen aussendet, ein Abkömmling der Emanation ist.

Die α- und besonders die β-Aktivität eines Radioaktiniumpräparates nehmen anfänglich schnell zu, steigen dann langsamer und nähern sich einem Maximum (s. Fig. 1 u. 2 S. 860 u. 861).

Die durch die Wirkung der α-Strahlen herrührende Aktivität erreicht ihr Maximum etwas früher als die von den β-Strahlen herrührende. Später aber nehmen α- und β-Aktivität und Emanationsvermögen in gleicher Weise ab und folgen hierbei einem Exponentialgesetz.

b) Zerfallsperiode des Radioaktiniums.

Es wurde frühzeitig erkannt, daß die Zerfallszeit des Radioaktiniums nicht die gleiche wie die 10,2 Tage-Periode des Aktiniums X war, sondern daß der Zerfall des Atoms beträchtlich langsamer vonstatten ging. Ganz zu Null zerfiel die Aktivität des Radiaktiniums nie, sondern es blieben einige wenige Prozent einer Restaktivität, die eben bewiesen, daß ganz geringe Mengen Aktinium dem Präparat noch immer beigemengt waren. [1]) Aktiniumpräparate, die eigens mehrmals von Spuren von Radium befreit worden waren, gaben dasselbe Resultat, Radium war also nicht die Ursache der Restaktivität, sondern eben nicht getrenntes Aktinium.

Nach Abzug dieser geringen konstanten Restaktivität ergab sich für den Abfall mit Deutlichkeit ein Exponentialgesetz. Aus mehreren Abfallskurven von Radioaktinium, das auf verschiedene Weise, und zwar sowohl aus Debierneschem wie Gieselschem Aktinium bereitet worden war, wurden für die Zerfallskonstante $\lambda^{(\text{sec}-1)}$ die folgenden Werte erhalten:

$$\begin{aligned} &0{,}425 \cdot 10^{-6} \\ &0{,}413 \cdot 10^{-6} \\ &0{,}399 \cdot 10^{-6} \\ &0{,}407 \cdot 10^{-6} \\ &0{,}412 \cdot 10^{-6} \\ \text{im Mittel } &0{,}413 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich für die Zeit, in der Radioaktinium auf den halben Wert zerfällt: $1{,}68 \cdot 10^6$ Sekunden oder 19,5 Tage.

Dieser Wert ist etwas niedriger als der von 20 Tagen, wie ich ihn in meiner ersten Mitteilung angab. Auch die Zahl 19,5 Tage mag noch in geringen Grenzen unkorrekt sein, und weitere Messungen sollen ausgeführt werden, um die Periode mit größerer Genauigkeit zu bestimmen.

Als Beispiel bringt die folgende Tabelle die experimentellen und theoretischen Werte der Aktivität eines zerfallenden Radioaktiniumpräparates, wenn als Halbperiode 19,5 Tage angenommen wird. Die Zahlen beziehen sich nur auf den späteren Teil der Zerfallskurve, wenn also das Radioaktinium schon etwa 1 1/2 Monat alt war, und der Zerfall exponential erfolgte. I. sind durch Abzug einer geringen konstanten Restaktivität korrigierte Werte. In beiden Fällen ist der Wert nach 19,5 Tagen als 50,0 angenommen.

1) Loc. cit.

2) Natürlich ist hier immer nur von den mit großer Geschwindigkeit ausgeschleuderten β-Strahlen die Rede, die die Luft auf große Entfernung zu ionisieren vermögen. Die ganz langsamen β-Strahlen (δ-Strahlen) wurden nicht in das Bereich der Untersuchung gezogen.

3) Diese Zeitschr. 7, 513, 1906.

1) Andeutungen für langsame Zerfallsprodukte im aktiven Beschlag des Aktiniums, also etwa Aktinium C und D nicht gefunden.

Tabelle.

Zeit in Tagen	I. beobachtet	II. berechnet
0	98,2	100
5	84,8	83,8
8	77,2	75,1
19,5	50,0	50,0
45	21,2	20,0
62	11,4	11,0
67	9,36	9,25
80	5,85	5,80
89	4,25	4,25
109	2,45	2,10

Man sieht also, daß über eine Zeit von annähernd vier Monaten die beobachteten und berechneten Werte in befriedigender Übereinstimmung sind, ein Beweis, daß der angegebene Wert der Halbperiode von 19,5 Tagen nicht weit vom richtigen Wert entfernt sein kann.

c) Stellung des Radioaktiniums in der Zerfallsreihe des Aktiniums.

Die folgenden Versuche wurden unternommen, um Aufklärung über die Stellung des Radioaktiniums in der Zerfallsreihe des Aktiniums zu erhalten. Das Radioaktinium wurde nach einer der oben beschriebenen Methoden dargestellt und direkt auf dem Filter geprüft. Es zeigte die charakteristischen Änderungen seiner α- und β-Aktivität, also ein schnelles Ansteigen der letzteren und ein gemäßigteres Stärkerwerden der α-Strahlenwirkung. Der Maximalwert wurde nach 2—3 Wochen erreicht.

Kurz nachdem dieser Maximalwert überschritten war, wurde das den Schwefelniederschlag enthaltende Filter in einem Porzellantiegelchen verascht, wobei ein geringer, weißer Rückstand übrig blieb, der wahrscheinlich aus Thoriumoxyd und anderen Oxyden der seltenen Erden bestand. Die nur wenige Milligramm betragende Menge wurde mit starker Salpetersäure behandelt, wobei ein Teil in Lösung ging. Nach dem Verdünnen und Abfiltrieren wurde das Filtrat mit Ammoniak versetzt und einige Zeit stehen gelassen. Eine geringe Spur farbloser Flocken erschien, die zu demselben Filter, das den in Salpetersäure nicht gelösten Teil enthielt, hinzufiltriert wurde. Das Ammoniakfiltrat wurde zur Trockne verdampft, geglüht und im Elektroskop geprüft. Das Filter wurde verbrannt und der geringe Rückstand ebenfalls im Elektroskop gemessen.

Beide Präparate zeigten beträchtliche α-Aktivität, während deutliche β-Wirkung nur von dem Filtrat nachzuweisen war. Das weitere Verhalten der α-Aktivität war nun bei beiden Präparaten ein sehr verschiedenes.

Die Aktivität des Filters nahm in ganz genau derselben Art und Weise zu, wie sie vorher bei dem frisch bereiteten Radioaktiniumpräparat aufgetreten war.

Die Aktivität des Filtrats dagegen nahm beständig ab und folgte hierbei einem Exponentialgesetz mit einer Periode von etwa 11 Tagen. Es unterliegt keinem Zweifel, daß dieses zerfallende Produkt Aktinium X war, für dessen Periode Godlewski die Periode 10,2 Tage fand.

Bei einer Wiederholung der oben beschriebenen Versuche ergab sich, daß das Ammoniakfiltrat mit einer Periode von etwa 12 Tagen zerfiel. Die Abnahme erfolgte gegen Schluß etwas langsamer, ein Zeichen, daß das Produkt zwar der Hauptsache nach aus Aktinium X bestand, daß ihm aber eine geringe Menge Radioaktinium beigemengt war.

Vergleichshalber wurde nun etwas Aktinium X nach dem Godlewski- und Gieselschen Verfahren aus Aktinium selbst bereitet. Wegen der großen Anzahl anderer in Untersuchung befindlicher Präparate konnte auf Vermeidung kleiner Ungenauigkeiten, wie sie von Feuchtigkeit unter anderen Einflüssen auf das Aktinium X herrührten, keine große Sorgfalt verwandt werden.

Die für Aktinium X gefundene Periode war aus diesem Grunde nicht sehr exakt; an Stelle von 10,2 Tagen wurden 11 Tage, ja sogar noch etwas mehr erhalten.

Ich hoffe, bald imstande zu sein, diese Versuche zu wiederholen, und mit größerer Genauigkeit Zerfalls- und Anstiegkurven der Produkte Aktinium, Radioaktinium, Aktinium X nochmals zu bestimmen.

Die Abtrennung von Aktinium X von beträchtlicher Stärke aus zerfallendem Radioaktinium, das ursprünglich fast vollständig frei von Aktinium X gewesen war, zeigt uns mit Klarheit, daß das Aktinium X fortwährend aus dem Radioaktinium entsteht. Bestätigt wird dies noch durch die Tatsache, daß altes Radioaktinium, dem man Aktinium X nach irgendeiner Methode wieder entzieht, sofort wieder an Aktivität zunimmt und sich durchaus so verhält, als ein frisch bereitetes Präparat, natürlich mit schwächerer Gesamtaktivität. Die erneute Zunahme rührt dann wiederum von frisch entstehendem Aktinium X und seinen Zerfallsprodukten her. Wiederum wird ein Maximum erreicht, wenn Radioaktinium mit Aktinium X und seinen Produkten nahezu im Gleichgewicht ist, dann geht es zurück und schließlich haben wir wiederum den exponentialen Zerfall mit der Periode von 19,5 Tagen.

Um noch auf andere Weise die eben dargelegte Stellung des Radioaktiniums zu beweisen, wurden die Ionisierungskurven der α-Partikeln des Radioaktiniums in bestimmten Zeitabschnitten nach seiner Bereitung aufgenommen.

In meiner Mitteilung: Über den Ionisationsbereich der α-Strahlen des Aktiniums (l. c.) habe

ich die Methode angegeben, wie man sich einen äußerst dünnen Filter von Radioaktinium herstellen kann und ich gab auch dort die erhaltenen Kurven wieder.

Der Erfolg war vollständig.

Es zeigte sich, daß unmittelbar nach Bereitung des Präparates die ausgeschleuderten α-Strahlen homogen waren und einen einheitlichen Ionisierungsbereich in Luft von 4,8 cm aufwiesen. Man sah daraus, daß nur ein einziges α-Produkt — nämlich das Radioaktinium — anwesend war.

Später ausgeführte Messungen mit demselben Präparat ließen dann das allmähliche Eintreten neuer Sorten von α-Strahlen erkennen, von deren durchdringendsten ich nachwies[1]), daß sie von Aktinium X herrührten.

Wurde das Aktinium X wieder abgetrennt, so ergaben sich wiederum dieselben allmählichen Veränderungen der Ionisierungskurven wie beim frisch bereiteten Radioaktinium.

d) Vergleich der experimentellen Kurven mit den theoretisch berechneten.

α-Strahlenkurven.

Kennt man die Zerfallskonstante des Radioaktiniums und seine Beziehung zu den übrigen Aktiniumprodukten, so ist es nicht schwer, die Anstieg- und Zerfallskurven dieses Produktes theoretisch zu berechnen, und zwar sowohl für die Wirkung der α- wie für die der β-Strahlen.

Wir müssen zu dem Zwecke in Betracht ziehen, daß Radioaktinium der Erzeuger von Aktinium X ist, das dann seinerseits gradweise in die Emanation, Aktinium A und Aktinium B zerfällt.

Es seien λ_1 und λ_2 die Zerfallskonstanten von Radioaktinium und Aktinium X.

Es seien P und Q die Anzahl von Radioaktinium- und Aktinium X-Atomen, die zu einer beliebigen Zeit nach der Herstellung des Radioaktiniums vorhanden sind. Nach der Rutherfordschen Theorie der sukzessiven Umwandlungen[2]) gelten dann die Gleichungen:

$$P = n \cdot e^{-\lambda_1 t}$$

$$Q = \frac{n \cdot \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right),$$

worin n die Anzahl der ursprünglich vorhandenen Radioaktiniumatome vorstellt.

Nun rührt die α-Aktivität des Radioaktiniumpräparats einige Zeit nach seiner Herstellung her von Radioaktinium, Aktinium X, der Emanation und Aktinium B.

Die Halbwertperiode des Aktinium X ist 10,2 Tage, die der Emanation 3,9 Sekunden, des Aktinium A 36 Minuten und des Aktinium B etwa 2 Minuten. Die nach dem Aktinium X kommenden Veränderungen sind also sehr schnelle im Vergleich zur Änderung des Aktinium X selbst; und wir können zum Zwecke der Berechnung, ohne irgendeinen erheblichen Fehler zu begehen, annehmen, daß diese dem Aktinium X folgenden Umwandlungen momentan vor sich gehen. Wir können also die Aktivität dieser letzten Produkte mit der des Aktinium X zusammenfassen.

Nun ist die Aktivität $\mathcal{J}_t$ des Präparates (wenn sie durch ihre Ionisation gemessen wird) zu irgendeiner Zeit t proportional dem Betrage der Umwandlung von Radioaktinium und dem von Aktinium X + Begleitern, also

$$\mathcal{J}_t = \lambda_1 P + K \cdot \lambda_2 \cdot Q.$$

Hierin bedeutet K eine Konstante; man kann sie ausdrücken als das Verhältnis der Ionisierung, die vom Atomzerfall von Aktinium X und Begleitern (Emanation und Aktinium B) herrührt, zu der, die im Zerfall des Radioaktiniums selbst ihren Ursprung hat.

Bedeutet $\mathcal{J}_0$ die Aktivität des Radioaktiniums unmittelbar nach seiner Herstellung, so haben wir die Gleichung

$$\frac{\mathcal{J}_t}{\mathcal{J}_0} = \frac{\lambda_1 P + K \cdot \lambda_2 \cdot Q}{n \cdot \lambda_1}$$

$$= e^{-\lambda_1 t} + \frac{K \cdot \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right).$$

Diese Gleichung drückt uns also die jeweilige Aktivität des Radioaktiniums zu beliebigen Zeiten t aus, wenn die Aktivität durch die Wirkung der α-Strahlen gemessen wird.

Es bleibt uns nun nur noch übrig, über die Größe von K uns eine Vorstellung zu machen. Würde jedes einzelne der α-Produkte des Aktiniums solche α-Strahlen aussenden, die alle im umgebenden Medium die gleiche Ionisierung zustande brächten, so wäre der Wert von K einfach gleich 3 zu setzen, denn die Ionisierung, die von der Emanation und Aktinium B herrührt, ist ja in der Gleichung mit der von Aktinium X vereint. Eine solche gleich starke Ionisierung von jedem Produkt hat nun aber nicht statt, denn ich habe früher gezeigt, daß die Ionisationsbereiche der Produkte Radioaktinium, Aktinium X, Emanation und Aktinium die Werte haben 4,8, 6,55, 5,8 und 5,50 cm.

Bei einer dünnen Schicht aktiver Substanz würde also die in dem umgebenden Medium hervorgerufene Ionisation der verschiedenen α-Produkte ihrem Durchdringungsbereich annähernd proportional sein. Diese Beziehung wurde in jüngster Zeit für dünne Schichten von Radium durch Boltwood[1]) experimentell bewiesen.

Wenn also die Messungen mit dünnen Schichten Radioaktiniums und unter solchen

1) Loc. cit.
2) Rutherford, Radioactivity, 2. Aufl. S. 332.

1) Boltwood, Americ. Journ. of Science. Juni 1906.

Bedingungen ausgeführt werden, daß die α-Partikeln vollständig zwischen den Platten des Meßgefäßes absorbiert werden, so sollten wir für die Konstante K den Wert erhalten

$$\frac{6{,}55 + 5{,}8 + 5{,}50}{4{,}8} = 3{,}72.$$

Liegt hingegen eine verhältnismäßig dicke Schicht von Radioaktinium vor, so sollte der Wert von K noch größer werden. Dies rührt daher, daß die α-Strahlen mit größerem Durchdringungsbereich nicht nur eine größere Strecke der Luft ionisieren, sondern daß auch diese α-Strahlen noch aus solchen Schichten unterhalb der Oberfläche des Präparats nach außen gelangen, die von den leichter absorbierbaren Strahlengattungen nicht mehr passiert werden können.

Die oben entwickelte Theorie setzt voraus, daß alle die aktiven Produkte vollständig in dem aktiven Präparat verbleiben. In Wirklichkeit dagegen verliert die Oberfläche beständig einen Teil der Emanation durch Diffusion in die Luft. Die Folge davon ist, daß die Aktivität des aus der Emanation entstehenden Produktes Aktinium B in Wirklichkeit geringer ist, als dem theoretischen Wert entspricht, der erreicht würde, wenn gar keine Emanation entwiche.

Für eine dünne Schicht von Radioaktinium sollte man also den Wert von K geringer als 3,72 erwarten und zwar in gewissen Grenzen schwankend, die abhängen von der Emanationskraft des Präparats.

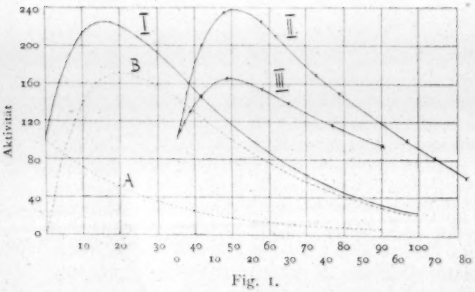


Fig. 1.

Figur 1 Kurve I zeigt die theoretische Kurve, wenn die Konstante $K = 3{,}5$ und die Anfangsaktivität des Radioaktiniums gleich 100 gesetzt ist. Ihre Form stimmt recht gut überein mit der experimentell gefundenen Kurve II, die in gleicher Weise gezeichnet ist. Der Maximalwert der Ordinate der theoretischen Kurve ist ein wenig geringer als der der experimentellen und zeigt uns, daß K in diesem Falle ein klein wenig größer ist als 3,5.

Die theoretische Kurve kann leicht in ihre Komponenten zerlegt werden. Die Exponentialkurve A zeigt die Aktivität vom Radioaktinium selbst zu irgendeiner Zeit; die Differenzkurve B gibt uns dann die Aktivität von Aktinium X und seinen Zerfallsprodukten zu beliebiger Zeit.

Kurve III ist ein weiteres Beispiel einer experimentell gefundenen Kurve. Sie läßt erkennen, daß das Radioaktinium wahrscheinlich etwas Aktinium und Aktinium X enthielt.

Das Maximum der theoretischen Kurve (I) wird nach 17 Tagen erreicht; das der experimentellen (II) nach derselben Zeit. Kurve III zeigt das Maximum schon nach 14 Tagen. Ein solch früheres Eintreten des Maximums ist zu erwarten bei einem jeden Präparat, das ursprünglich schon etwas Aktinium oder Aktinium X enthält. Im letzteren Falle ist nicht nur das Maximum früher, sondern die Zunahme an Aktivität ist ebenfalls geringer. Auch das finden wir aus den experimentellen Kurven wieder, denn die Aktivität in Kurve II nimmt mehr zu als zum Doppelten ihres Anfangswertes, während die der Kurve III nur etwa 1,5 mal stärker wird.

Die α-Strahlenkurven befinden sich also in einer sehr zufriedenstellenden Harmonie mit der Theorie. Die Übereinstimmung von Kurve II mit der theoretischen ist eine besonders gute und zwar über fast den ganzen Bereich der Messungen. Die Aktivität der theoretischen Kurve nimmt schließlich nach einem Exponentialgesetz ab mit der Zerfallsperiode des Radioaktiniums, ein Resultat, das mit den früher in dieser Mitteilung diskutierten Versuchen in voller Übereinstimmung sich befindet.

Die erhaltenen Ergebnisse stimmen also vollständig mit der Auffassung überein, daß das Radioaktinium ein α-Strahlenprodukt mit einer Periode von etwa 19,5 Tagen ist, das sich seinerseits umwandelt in Aktinium X mit einer Periode von 10,2 Tagen.

β-Strahlenkurven.

Radioaktinium sendet nur α-Strahlen aus und Levin[1]) hat gezeigt, daß die Aktivität de β-Strahlen eines beliebigen Aktiniumpräparates nur von Aktinium B herrührt. Ohne großen Fehler können wir den Betrag an Aktinium B proportional setzen dem Betrage des Vorfahren Aktinium X. Nun haben wir oben gesehen, daß die Anzahl der Atome Aktinium X, nämlich Q, zu irgendeiner Zeit durch die Beziehung gegeben ist

$$Q = \frac{n\lambda_1}{-\lambda_2}(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}).$$

Die β-Strahlenaktivität eines Radioaktiniumpräparates ist also zu jeder beliebigen Zeit proportional dem Werte von Q. Fig. 2 zeigt die

1) Loc. cit.

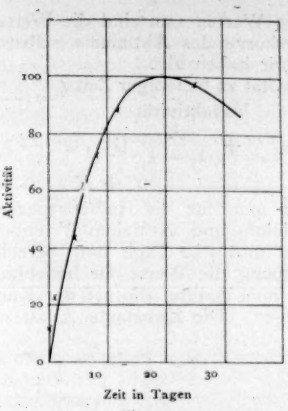


Fig. 2.

theoretische Kurve für das Verhalten der β-Strahlenaktivität von Radioaktinium. Die Aktivität beginnt bei Null, erreicht ein Maximum nach 20 Tagen und zerfällt schließlich exponential mit der Periode des Radioaktiniums, nämlich 19,5 Tagen. Die experimentellen Beobachtungen sind durch kleine Kreuze der Kurve beigezeichnet, und man erkennt, daß sie der allgemeinen Form der Kurve befriedigend folgen.

Die Beobachtungen an diesem besonderen Präparat wurden nicht über 30 Tage hinaus ausgedehnt, da das Präparat dann zu einem der oben beschriebenen chemischen Versuche verwandt wurde. Andere Beobachtungen haben ergänzend gezeigt, daß der Zerfall der Aktivität, von β-Strahlen herrührend, schließlich demselben Exponentialgesetz zu folgen scheint, wie der der α-Strahlen, nämlich mit der Periode von 19,5 Tagen.

e) Beziehung zwischen Radioaktinium und dem Aktinium selbst.

Es ist nun nötig, die Beziehung näher zu betrachten zwischen dem neuen Produkte Radioaktinium und dem Aktinium selbst.

Bis vor ganz kurzem wurde allgemein angenommen, daß das Aktinium der direkte Erzeuger des Aktiniums X sei. Das dazwischen liegende Produkt Radioaktinium war übersehen worden. Man nahm an, daß das Aktinium keine Strahlen aussende, daß man es daher durch Entfernung von Aktinium X nahezu vollständig inaktiv erhalten könne.

Dies ist nun aber nicht der Fall. M. Levin[1]), untersuchte mit großer Genauigkeit die zurückbleibende α- und β-Strahlenaktivität von Aktinium, nachdem Aktinium X vollständig abgetrennt war. Er benutzte dazu die bekannte Ammoniaktrennung und es gelang ihm, durch häufiges Wiederholen des Prozesses die Emanationskraft der Fällung auf etwa $^1/_{1000}$ ihres Anfangswertes herabzudrücken. Die Abtrennung des Aktiniums X war also vollständig; trotzdem war sein Aktinium noch beträchtlich aktiv.

Es zeigte eine α-Strahlenwirkung nicht unter etwa 22—25 Proz. des ursprünglichen Wertes. Levin gibt an, daß die Aktivität von der Gegenwart von Radioaktinium hervorgerufen wird, das eben durch Ammoniak nicht von seiner Muttersubstanz Aktinium getrennt wird. Diese Beobachtungen stehen in vollkommener Übereinstimmung zu meinen eignen Versuchen. Um inaktives Aktinium herzustellen, ist es nötig, das Radioaktinium und das Aktinium X von ihm zu trennen. Eine vollständige derartige Trennung bereitet naturgemäß Schwierigkeiten, besonders, wenn man nicht über große Substanzmengen verfügen kann.

Indessen gelang es, ein Aktinium herzustellen, mit einer Anfangsaktivität von etwa 2,5 Proz. der Maximalstärke. Die zu dem Zwecke der Abtrennung von Radioaktinium und Aktinium X angewandte Methode war die folgende: Eine Aktiniumlösung im Gleichgewicht wurde mehrere Male mit Ammoniak gefällt. Es ist dabei Sorge zu tragen, daß man nicht zu frühe abfiltriert, da zur vollständigen Abscheidung des Aktiniums eine beträchtliche Zeit nötig zu sein scheint.[1])

Nach dieser Methode bleibt das Aktinium X in den Filtraten; Aktinium und Radioaktinium sammelt sich auf dem Filter. Der Inhalt dieses Filters wurde dann in Salzsäure gelöst, die freie Säure durch Ammoniak etwas abgestumpft und zu der noch immer sauren Lösung eine geringe Menge Natriumthiosulfatlösung vorsichtig bei gewöhnlicher Temperatur zugegeben. Der geringe Schwefelniederschlag reißt das Radioaktinium mit sich und Aktinium bleibt in Lösung. Ist das Filtrat noch beträchtlich aktiv, so kann man diesen Prozeß der Abscheidung geringer Mengen Schwefels wiederholen.

Diese Methode arbeitet recht zufriedenstellend.

Um die nicht angenehme Verunreinigung einer Aktiniumlösung mit Natriumsulfit zu vermeiden, kann man die Trennung des Radioaktiniums auch auf eine andere Weise erreichen. Nämlich durch fraktionierte Fällung mit Ammoniak. Der zuerst herauskommende Teil enthält nämlich immer einen Überschuß an Radioaktinium. Aktinium selbst fällt mit den späteren Anteilen. Nach dieser Methode scheint aber eine schnelle und gute Trennung nicht so leicht zu gelingen, als mit Thiosulfat, und eine Fällung

1) Loc. cit.

1) Siehe auch Levin, loc. cit.

mit den letzteren bewirkt oft eine bessere Trennung als viele sorgfältige Ammoniakniederschläge.

Die Aktivität des auf diese Weise erhaltenen Aktiniums ist sehr gering und nimmt auch während der ersten paar Tage nur langsam zu. Dann aber steigt es während etwa eines Monats schneller an und strebt dann allmählich seinem Maximalwert zu, den es praktisch nach etwa 4 Monaten erreicht hat. Die weiter unten folgende Figur 3, Kurve I zeigt diese Verhältnisse graphisch, wo die kleinen Kreuze experimentell gefundene Zahlen vorstellen.

Es ist von Interesse, diese experimentelle Erholungskurve von Aktinium zu vergleichen mit der, die man nach der Theorie erwarten sollte. Wie weiter oben, können wir auch hier, ohne einen beträchtlichen Fehler zu begehen, annehmen, daß die dem Aktinium X folgenden Zerfallsprodukte des Aktiniums momentan entstehen, denn ihre Bildungsgeschwindigkeit ist sehr groß im Verhältnis zu der des Radioaktiniums und Aktinium X. Das Aktinium selbst wiederum verwandelt sich so langsam in Radioaktinium, daß wir annehmen können, es zerfällt während der Dauer unserer Messungen überhaupt nicht, daß also die Bildung von Radioaktinium zu jeder Zeit in gleich starkem Maße erfolgt. Da das Aktinium selbst strahlenlos ist, so ist die Erholungskurve von Aktinium komplementär einer Kurve, die den Zerfall eines Gemisches von Radioaktinium und Aktinium X im radioaktiven Gleichgewicht vorstellt.[1])

Es sei P_0 und Q_0 die Anzahl der Atome Radioaktininium und Aktinium X, wenn diese sich im Gleichgewicht befinden. Es seien λ_1 und λ_2 die den beiden Produkten zugehörigen Zerfallskonstanten. Da radioaktives Gleichgewicht besteht, so ist $\lambda_1 \cdot P_0 = \lambda_2 \cdot Q_0$.

Nun sei $P + Q$ die Anzahl der Atome Radioaktinium und Aktinium X zu irgendeiner Zeit t nach ihrer Trennung vom Aktinium.

Dann ist

$$P = P_0 \cdot e^{-\lambda_1 t}$$

$$Q = \frac{Q_0}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_2 t}).$$

Die Aktivität $\mathcal{J}_t$ zu irgendeiner Zeit ist proportional $\lambda_1 P + K \cdot \lambda_2 \cdot Q$, worin wiederum K eine Konstante bedeutet.

Bezeichnen wir mit $\mathcal{J}_0$ die Anfangsaktivität, so gilt

$$\frac{\mathcal{J}_t}{\mathcal{J}_0} = \frac{\lambda_1 P + K \lambda_2 Q}{\lambda_1 P_0 + K \cdot \lambda_2 Q_0} = \frac{P + \frac{KQ}{Q_0}}{P_0 + K}.$$

1) Für hier und die folgende Erörterung vgl. auch Rutherford, Radioactivity, S. 334—36.

Diesen Werten nun sind die Werte für die Erholungskurve des Aktiniums selbst komplementär, wir haben also

$$\frac{\text{Aktivität zu beliebiger Zeit } t}{\text{Endaktivität}} = 1 - \frac{\mathcal{J}_t}{\mathcal{J}_0}$$

$$= 1 - \frac{e^{-\lambda_1 t} + \frac{K}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_2 \cdot e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_2 t})}{1 + K}.$$

Wählt man für die Halbwertperioden von Radioaktinium und Aktinium X entsprechend 19,5 Tage und 10,2 Tage und berechnet aus der Gleichung die Werte für beliebige Zeiten, so erhält man Punkte, die auf der Kurve I der Fig. 3 liegen. Die Konstante K ist wiederum

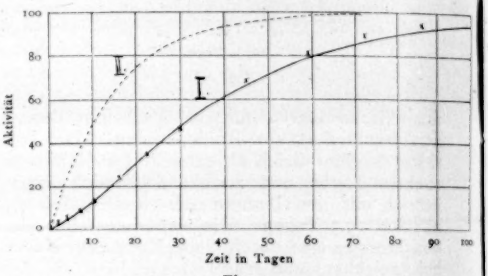


Fig. 3.

wie früher gleich 3,5 gesetzt, die Maximalaktivität gleich 100. Zum Vergleiche mit dieser theoretischen Anstiegskurve des Aktiniums sind die experimentell gefundenen Punkte mit Kreuzen eingezeichnet. Die allgemeine Übereinstimmung in der Form ist klar zu erkennen Die theoretische Kurve geht natürlich von Null aus, was in der Praxis nicht ganz zu erreichen ist. Die gefundene Anfangsaktivität beginnt bei 2,4 Proz. Nach einigen Tagen sehen wir die experimentellen Punkte während etwa eines Monats ganz nahe bei den theoretischen liegen, später erheben sich die experimentellen Punkte etwas über die berechneten. Wie schon früher hervorgehoben wurde, ist der Wert der Konstanten K etwas ungewiß innerhalb gewisser Grenzen und schwankt bei den verschiedenen Experimenten.

Ziehen wir dies in Betracht, so ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment vorzüglich.

Zum Vergleich sehen wir in der Figur 3 eine zweite Kurve (II). Sie stellt die theoretische Erholungskurve von Aktinium vor, wenn wir annehmen, daß letzteres das Aktinium X direkt erzeuge, ohne Zwischenglied, wie das vor der Trennung des Radioaktiniums vom Aktinium allgemein angenommen wurde. Der Unterschied zwischen den beiden Kurven ist frappant. Während in Kurve II der halbe Wert der Maximalaktivität nach 10,2 Tagen erreicht ist, zeigt uns

die experimentelle und theoretische Kurve I, daß mehr als 30 Tage nötig sind, um anfänglich inaktives Aktinium auf die Hälfte seines Endwertes zu bringen.

Wir sehen also überzeugend, daß die Erholungskurve des Aktiniums der Zerfallskurve des Aktiniums *X* nicht komplementär ist, sondern daß sie sich genau so verhält, wie man theoretisch erwarten sollte unter der Annahme, daß „Radioaktinium" ein Produkt zwischen Aktinium und Aktinium *X* vorstellt.

III. Andere Eigenschaften des Radioaktiniums.

Es ist nicht möglich, irgendeine bestimmte Erklärung betr. der chemischen Eigenschaften des Radioaktiniums zu machen. Die zu seiner Abtrennung angewandten Methoden sind alle im Prinzip einander sehr ähnlich und können nicht als wahre chemische Reaktionen im gewöhnlichen Sinne angesprochen werden.

Es ist eine bekannte Tatsache, daß das Bariumsulfat die Eigenschaft besitzt, viele radioaktive Produkte aus ihren Lösungen niederzureißen, und die Methoden zur Trennung des Radioaktiniums scheinen einem ähnlichen Grundsatz zu folgen. Eine befriedigende Erklärung dieser Tatsachen konnte noch nicht gegeben werden, und sie sind sicher höchst bemerkenswert, wenn man sich nur einmal die so außerordentlich große Verdünnung vorstellt, in der manche aktive Substanzen vorliegen und die doch noch niedergerissen werden oder andern Reaktionen folgen. Ist doch mit Ausnahme der sich langsam umwandelnden Strahlenprodukte, wie Uranium, Radium, Polonium, Radiothorium, bei den anderen, Strahlen aussendenden Radioelementen gar nicht daran zu denken, sie in wägbaren Mengen zu erhalten.

Trennungsmethoden, die im Prinzip denen ähnlich sind, wie ich sie weiter oben für die Abscheidung des Radioaktiniums beschrieb, sollten nie als ein Mittel zur Charakterisierung solcher Produkte herangezogen werden und eine jede Art einer Klassifikation, lediglich auf solchen Tatsachen basierend, schließt immer die Möglichkeit starker Irrtümer ein.[1])

Die Eigentümlichkeiten solcher Reaktionen werden klar zur Erscheinung gebracht, wenn man verschieden große Mengen des niederreißenden Mittels zur Anwendung bringt. So wurden z. B. die folgenden Versuche ausgeführt. Zu einer Aktiniumlösung im Gleichgewicht wurde ein gewisser Überschuß von freier Schwefelsäure gegeben; dann die klare Aktiniumlösung in drei Portionen geteilt.

Port. I wurde mit 0,1 ccm Chlorbaryum gefällt
Port. II „ „ 1,0 „ „ „
Port. III „ „ etwa 10 ccm „ „

Daraufhin wurden die drei Proben in ganz gleicher Weise weiter behandelt: Um zu bestimmen, wieviel aktive Substanz von dem Baryumsulfat mitgerissen war, war es nicht angängig, die Stärke der Niederschläge selbst zu messen. Denn der Betrag an inaktiver Substanz in ihnen schwankte ja etwa zwischen den Grenzen 1 bis 100, vergleichbare Messungen waren daher so nicht zu machen.

Es wurden daher die Filtrate verwandt. Von diesen war es nicht schwer, je einen dünnen Film aktiver Substanz zu erhalten, indem man einfach das ammoniakalisch gemachte Filtrat eindampfte, glühte und in gleichen Gefäßen die Aktivität maß. Hieraus konnte man dann leicht den Rückschluß auf die Aktivität der Filter machen. Es zeigte sich, daß die Aktivität der geglühten Filtrate sich folgendermaßen einstellte, wenn man die der ersten Portion als 100 annimmt:

Portion	Aktivität
I	100
II	63
III	37,5

Das Resultat zeigt uns also, daß die Filtrate in dem Maße schwächer werden, als mehr Barium in der Lösung gefällt wurde. In diesem besonderen Falle verhielten sich die niedergerissenen Aktivitäten annäherungsweise wie 1 : 2 : 3, für niederreißende Mengen 1 : 10 : 100.

Andere Beobachter haben mit anderen Substanzen ähnliche Beobachtungen gemacht, und wiederum sehen wir deutlich, daß die Reaktion ihrer Natur nach nicht als rein chemische bezeichnet werden kann.

Andere Eigenschaften des Radioaktiniums wurden im einzelnen noch nicht untersucht.

Wie das Radiothorium, so wird auch das Radioaktinium durch die Temperatur eines gewöhnlichen Gebläses nicht verflüchtigt, während dabei Aktinium *A* und *B* in reichlicher Menge weggehen. Höhere Temperaturen mögen eine Trennung des Radioaktiniums vom Aktinium erreichen lassen, doch wurde dieser Punkt noch nicht untersucht.

In der folgenden Tabelle gebe ich eine Zusammenstellung der Produkte des Aktiniums mit ihren Zerfallsperioden und der Art ihrer Strahlung.

1) Vgl. über diese Verhältnisse auch Godlewski, Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik **3**, 134, 1906.

Produkt	Zeit, in der es halb umgewandelt wird	Art der Strahlung
Aktinium	?	strahlenlos
Radioaktinium	19,5 Tage	α-Strahlen
Aktinium X	10,2 „	α-Strahlen
Emanation	3,9 Sek.	α-Strahlen
Aktinium A (aktiver Beschlag)	36 Min.	strahlenlos
Aktinium B (aktiver Beschlag)	3 „	α-, β- u. γ-Strahlen

Zusammenfassung der Resultate.

Die vorliegende Mitteilung brachte, zusammengefaßt, die folgenden Resultate:

1. Ein neues Produkt, „Radioaktinium" genannt, existiert in der Zerfallsreihe des Aktiniums. Dieses neue Produkt entsteht unmittelbar aus dem Aktinium und bildet seinerseits unmittelbar das Aktinium X.

2. Die Umwandlung von Aktinium in Radioaktinium vollzieht sich strahlenlos.

3. Radioaktinium sendet α-Strahlen aus und zerfällt auf den halben Wert in etwa 19,5 Tagen.

4. Die Methoden, wie sie zur Abscheidung des Radioaktiniums benutzt werden, werfen kein bestimmtes Licht auf seine chemischen Eigenschaften.

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikal. Institut der Mc. Gill-Universität ausgeführt, und ich möchte nach meinem Verlassen derselben noch einmal Professor Rutherford meinen Dank sagen, für sein liebenswürdiges Interesse an den Arbeiten und seine stete Hilfsbereitschaft während meines ganzen Aufenthaltes in Montreal.

Berlin, I. chem. Institut der Universität, 20. Okt. 1906.

(Eingegangen 21. Oktober 1906.)

Über die „Inversionstemperatur" der Luft.

Von Otto Lummer.

Noch immer begegnet man der Ansicht[1]), daß die Verflüssigung der Luft in der Lindeschen Maschine nicht eine alleinige Folge der inneren Arbeitsleistung der Luft sei, sondern daß die Abkühlung hervorgerufen werde durch eine äußere Arbeitsleistung.

Die Unrichtigkeit dieser Ansicht scheint mir schon daraus hervorzugehen, daß für Wasserstoff eine „Inversionstemperatur" nachgewiesen worden ist, bei welcher der Joule-Thomsonsche Effekt sein Vorzeichen wechselt. Nach Versuchen von Olszewski[1]) liegt diese Temperatur für Wasserstoff bei -80^0 C, d. h. bei dieser Temperatur ist der Joule-Thomsoneffekt gleich Null und mit der Volumänderung gar keine innere Arbeitsleistung verbunden. Bei -80^0 C kann man also mittels der Lindeschen Maschine keinen flüssigen Wasserstoff erhalten; erst wenn man den Lindeschen Prozeß bei einer Temperatur unter -80^0 C vor sich gehen läßt, wird Wasserstoff flüssig, oberhalb -80^0 verläßt er die Lindesche Maschine mit erhöhter Temperatur. Letzteres könnte unmöglich eintreten, falls beim Lindeschen Prozeß äußere Arbeitsleistung eine Rolle spielte.

Nach den Versuchen von Joule und Thomson besteht für atmosphärische Luft zwischen der Temperaturerniedrigung δt und der Druckerniedrigung δp ausgedrückt in Atmosphären bei der Temperatur t in Celsiusgraden folgende Beziehung:

$$\delta t = 0{,}275 \left(\frac{273}{273+t}\right)^2 \delta p, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wobei Joule und Thompson von Zimmertemperatur ausgingen. Demnach kühlt sich die Luft gewöhnlicher Temperatur bei einer Druckerniedrigung ohne äußere Arbeitsleistung pro Atmosphäre um $0{,}275^0$ C ab. Zeigt $\delta t/\delta p$ für Luft einen positiven Wert, so besitzt Wasserstoff einen negativen Wert. Erst für $t = -80^0$ C wird beim Wasserstoff $\delta t/\delta p = 0$ und erst bei noch tieferen Temperaturen verhält sich der Wasserstoff wie Luft von Zimmertemperatur.

Stellen wir uns auf den Boden der kinetischen Gastheorie, so können wir das Verhalten des Wasserstoffs nur dadurch erklären, daß die Moleküle sich oberhalb der Inversionstemperatur abstoßen, unterhalb dieser Temperatur anziehen und bei -80^0 C weder eine anziehende noch abstoßende Kraft aufeinander ausüben. Denn nur wo gegen Kohäsionskräfte der Moleküle eine Arbeitsleistung mit der Volumvermehrung verbunden ist, findet diese bei adiabatischem Vorgang auf Kosten der lebendigen Kraft der Moleküle statt und die Volumvermehrung ist mit einer Temperaturerniedrigung verbunden. Oberhalb -80^0 C erwärmt sich der Wasserstoff bei der Volumvermehrung unter Ausschluß äußerer Arbeitsleistung, also leisten die Molekularkräfte Arbeit, d. h. die Moleküle üben aufeinander keine Kohäsionskräfte, sondern Dispansionskräfte aus, sie stoßen sich ab.

Bekanntlich kam dieser Gegensatz zwischen Luft und Wasserstoff zum Teil schon bei der Abweichung dieser Gase vom Mariotteschen

1) Sie ist erst auf der letzten Naturforscherversammlung zu Stuttgart von Professor Raoul Pictet wieder vertreten worden. (Dort stellte Herr R. P. sogar am Schluß seiner Ausführungen den Antrag, die Prüfung der Frage einer Kommission zu übergeben; doch wurde über diesen Antrag zur Tagesordnung übergegangen. D. Red.)

1) K. Olszewski, „Bestimmung der Inversionstemperatur der Kelvinschen Erscheinung für Wasserstoff". Ann. d. Phys. 7, 818—823, 1902.

Gesetz zutage, insofern in der van der Waalsschen Gleichung:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

die Konstante a für Wasserstoff nahe Null ist, für die Luft dagegen, nach van der Waals, den Wert 0,0028 besitzt; die Konstante a ist aber der Ausdruck für die Kohäsionskraft der Moleküle. Auch ist beim Wasserstoff umgekehrt wie bei Luft der Spannungskoeffizient größer als der Ausdehnungskoeffizient.

Bei der Diskussion des merkwürdigen Verhaltens des Wasserstoffs, die ich kürzlich in Krakau mit Herrn Witkowski pflog, kam mir der Gedanke, ob die abstoßenden Molekularkräfte der Wasserstoffmoleküle bei gewöhnlicher Temperatur nicht der hohen Molekulargeschwindigkeit zuzuschreiben sei, infolge deren beim Zusammenprall der Moleküle eine Ionisation stattfindet und, wenn auch nur für kurze Zeit, Elektronen frei werden. In solchem Falle müßten die positiv geladenen Moleküle oder „Plusionen", wie ich diese zum Unterschied der freien negativen Elektronen nennen möchte, gerade im Momente des Zusammenstoßes elektrische Abstoßung zeigen, welche Kraft der Massenanziehung entgegenwirkt. Bei der Inversionstemperatur würden sich dann beide Kräfte gerade das Gleichgewicht halten.

Diese Annahme scheint mir berechtigt, seitdem man weiß, daß jeder hoch erhitzte Körper Elektronen ausstößt bezw. durch Vermittlung der Gasionisation sich positiv ladet.

Zur Prüfung meiner Hypothese könnte man auf experimentelle Methoden sinnen, indem man die Leitfähigkeit des Wasserstoffgases prüft und so die Existenz der Ionisation bei höheren Temperaturen beweist. Ich beschränke mich vorläufig auf die Mitteilung eines indirekten Beweises, wenn auch nicht für die Richtigkeit, so doch für die Wahrscheinlichkeit obiger Hypothese.

Hängt das abweichende Verhalten des Wasserstoffs von der Luft bei gewöhnlicher Temperatur ab von der ihm eigenen großen Molekulargeschwindigkeit, so muß auch die Luft und jedes andere Gas bei ebenso großer molekularer Geschwindigkeit das gleiche Verhalten zeigen, also z. B. die Luft bei genügend hoher Temperatur einen Inversionspunkt besitzen. Ja man kann die Temperatur dieses Inversionspunktes berechnen, wenn man sie dadurch charakterisiert, daß bei ihr die mittlere molekulare Geschwindigkeit der Luftmoleküle gleich sein soll der mittleren molekularen Geschwindigkeit der Wasserstoffmoleküle bei -80^0 C.

Nach der kinetischen Gastheorie[1]) ist die mittlere molekulare Geschwindigkeit v_t bei t^0 C gegeben durch die Gleichung:

$$v_t = v_0(1 + \alpha t), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wo α den Ausdehnungskoeffizienten (1/273) und v_0 die mittlere molekulare Geschwindigkeit bei Null Grad C bedeutet. Nehmen wir für Wasserstoff $v_0 = 1700$ *m/sec* und für Luft $v_0 = 447$ *m/sec* und setzen wir für die Inversionstemperatur den Olszewskischen Wert $t = -80^0$ C ein, so erhalten wir für die Inversionstemperatur x der Luft die Beziehung:

$$1700(1 - 80/273) = 447(1 + x/273) \quad . \quad . \quad (4)$$

oder

$$x = +460^0\,\text{C},$$

eine Zahl, welche nahe mit demjenigen Werte übereinstimmt, den Witkowski[1]) auf thermodynamischem Wege berechnet hat. Ist J das mechanische Wärmeäquivalent, m die Masse und c_p die spezifische Wärme des Gases bei konstantem Druck, so erhält man ganz allgemein für den Joule-Thomson-Effekt die Gleichung:

$$\delta t/\delta p = \frac{1}{Jmc_p}\left(t\frac{dv}{dt} - v\right); \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

für die Inversionstemperatur muß dieser Effekt gleich Null sein, also die Beziehung gelten:

$$t\frac{dv}{dt} = v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Witkowski[1]) benutzt diese Beziehung und erhält unter Benutzung der van der Waalsschen Gleichung und der Werte $a = 0{,}002812$ und $b = 0{,}001976$ für die Inversionstemperatur der Luft den Wert:

$$t = +500^0\,\text{C}.$$

Legt man eine von Rose-Innes[2]) gegebene empirische Formel für den Joule-Thomson-Effekt zugrunde, so erhält man nach Witkowski für die Inversionstemperatur der Luft nur $t = +360^0$C; der von mir auf Grund der oben dargelegten Hypothese berechnete Wert $t = +460^0$C liegt also zwischen den beiden einzigen bisher berechneten Werten. Gleichwohl könnte auch dies auf einem Zufall beruhen und es bedarf daher erst weiterer Berechnungen für andere Gase oder experimenteller Bestätigungen, ehe die von mir gegebene Erklärung für die abstoßenden Molekulärkräfte als richtig anzusehen ist.

Breslau, 25. Oktober 1906. Physikalischss Institut.

(Eingegangen 27. Oktober 1906.)

1) Vergl. O. E. Meyer, „Die kinetische Theorie der Gase". I. Aufl., 1877, S. 47, Breslau, Maruschke & Berendt.

1) A. W. Witkowski, „Sur le refroidissement de l'air par détente irréversible". Bulletin Intern. de l'Acad. d. scienc. de Cracovie. C. R. des séances de l'année 1898. Juillet S. 292.

2) Rose-Innes, Phil. Mag. (5) **45**, 228, 1898.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 78. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU STUTTGART.

P. Drude† (Berlin), **Über elektrische Schwingungen.** Fragment eines Referats für die 78. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Stuttgart, mit Frau Professor Drudes Genehmigung auf Grund des wissenschaftlichen Nachlasses mit einigen Zusätzen versehen und am 17. September 1906 in der Sitzung der physikalischen Abteilung vorgetragen von F. Kiebitz.[1])

Der Aufforderung, über meine in den letzten Jahren ausgeführten Arbeiten über elektrische Schwingungen zu referieren, komme ich nur zaghaft mit dem Bewußtsein nach, daß dadurch nur ein minimaler Ausschnitt behandelt wird aus dem jetzt von soviel Forschern mit Erfolg bearbeiteten Gebiete, doch sollte es ja meine Aufgabe nicht sein, über letztere allgemeiner zusammenfassend zu referieren.

Die elektrischen Schwingungen finden ihre Anwendung ja nicht nur für die Funkentelegraphie, sondern auch für rein wissenschaftliche Fragen, wie Messung der Dielektrizitätskonstante, der Dispersion, der Absorption. Über Resultate in letzterer Hinsicht ist vor fünf Jahren von Prof. Lecher auf der Versammlung in Hamburg referiert worden. Sodann habe ich zwei Jahre später auf der Kasseler Versammlung einige Meßapparate demonstriert[2]), nämlich einerseits einen Periodenmesser, bei dem durch variable Selbstinduktion Resonanz hergestellt wird[3]); andererseits zeigte ich einige Veränderungen an dem von mir konstruierten Apparate zur Messung der Dielektrizitätskonstante und elektrischen Absorption kleiner Substanzmengen.[4]) Durch Speisung der Funkenstrecke mit einem kleinen Teslatransformator erhält man viel intensivere und gleichmäßigere gute Wirkungen, als wenn man die aktive Funkenstrecke durch einen Induktor direkt speist, weil bei kurzen Wellen es dann auf seine speziellen Eigenschaften ankommt, ob gute aktive Funken entstehen.

Ferner kann man noch präzisere Resultate erhalten, wenn man die bei diesem Apparate von mir ursprünglich angewandte elektrische Koppelung zwischen Erregersystem und Resonanzmeßsystem ersetzt durch magnetische Koppelung, wie sie bei den Messungen von W. Schmidt[1]) über Dielektrizitätskonstanten von Kristallen angewandt ist. Aus den von W. Schmidt erhaltenen Resultaten möchte ich hervorheben, daß bei den chemischen Elementen die Maxwellsche Beziehung $\varepsilon = n_\infty{}^2$ allgemein erfüllt zu sein scheint oder daß wenigstens die Differenz zwischen beiden Zahlen verhältnismäßig klein ist, daß also bei chemischen Elementen ultrarote Absorptionsgebiete nicht vorhanden sind oder wenigstens keinen merkbaren Einfluß auf den Dispersionsverlauf haben. Aber die Untersuchung muß sowohl in optischer, wie in elektrischer Hinsicht noch bei mehr Substanzen angestellt bzw. wiederholt werden, bevor man dies als ein universelles Gesetz aussprechen kann.

Mit diesem von W. Schmidt benutzten Apparate hat dann E. Kohl Messungen über die Dielektrizitätskonstanten fester Salze angestellt, um zu prüfen, ob sich dieselbe additiv aus der chemischen Zusammensetzung berechnen ließe. Dies ist indessen nicht der Fall. Die Resultate sind noch nicht publiziert.

Die Arbeit[2]), die ich zur Ermittelung von Drahtspulen angestellt habe, befolgt zunächst den Zweck, die Konstruktion von Teslatransformatoren zu ermöglichen durch Vorausberechnung, d. h. ohne daß man lediglich auf Ausprobieren der richtigen Teslaspule oder Primärkapazität angewiesen ist. Die Methode ist dabei die, daß die Spule magnetisch sehr lose gekoppelt wird mit einem Primärkreis, dessen Kapazität mikrometrisch variabel ist, und der auf Wellenlängen geeicht ist. Der Primärkreis wird auf Resonanz mit der Spule eingestellt, was an dem maximalen Leuchten einer in der Nähe des Spulenendes aufgestellten Warburgröhre erkannt wurde. Ich habe dort Tabellen und Kurven gegeben, aus denen man die Eigenwellenlänge der Spule aus ihren Dimensionen und ihrer Wickelungsart ablesen kann. Auch die Oberschwingungen einer Spule habe ich gemessen und konstatiert, daß sie nicht harmonisch zur Grundschwingung sind. Der Grund hierfür liegt offenbar darin, daß die einzelnen Abteilungen einer Oberschwingung einer Spule gegenseitig magnetisch gekoppelt sind. — Bei dieser Arbeit habe ich auch gefunden, daß bei kurzen Solenoiden die Stefansche Formel zur Berechnung ihrer Selbstinduktion versagt, und habe dann auf Grund

1) Zusatz: Das Fragment ist ein vor mehreren Monaten niedergeschriebener Entwurf; es ist nicht gewiß, ob er in allen Punkten Drudes letzte Auffassungen in abgeschlossener Form darstellt. Doch dürfte er zum mindesten als Übersicht über seine Arbeiten und Resultate auf dem Gebiete elektrischer Schwingungen von großem Werte sein.

2) Diese Zeitschrift **4**, 734, 1903.

3) Ann. d. Phys. (4) **9**, 611, 1902.

4) Ann. d. Phys. (4) **8**, 336, 1902. — Zeitschr. f. phys. Chem. **40**, 635, 1905.

1) W. Schmidt, Ann. d. Phys. (4) **9**, 923, 1902; **11**, 114, 1903.

2) Ann. d. Phys. (4) **9**, 293, 590, 1902.

meiner Messungen mit schnellen Schwingungen (die Selbstinduktion L wurde aus der Formel $\lambda = 2\pi\sqrt{LC}$ gefunden bei gemessenem λ und C, wo λ Wellenlänge, C Kapazität des Resonanzkreises bedeutet) eine korrigierte Formel dafür aufgestellt. Später hat Straßer[1]) eine Formel dafür theoretisch aufgestellt und sie experimentell bei langsamen Schwingungen (Induktorium und Telephon) verifiziert. Seine Formel ergibt, wenn man sie auf die von mir benutzten Solenoide anwendet, sehr gute Übereinstimmung mit meinen Messungen (bei kleineren Selbstinduktionen etwas über 1 Proz., bei größeren Selbstinduktionen unter 1 Proz. Abweichung), was beweist, daß man durch die Resonanzmethode bei schnellen Schwingungen auch Selbstinduktionen (oder Kapazitäten) sehr exakt messen kann.

Wenn man nun auch durch die Kenntnis der Eigenwellenlänge der gewählten Teslaspule die Dimensionen und Kapazität des erregenden Primärkreises im voraus berechnen kann, so ist noch die Frage zu erledigen, bei welcher Dimensionierung der Teslaspule man beste Wirksamkeit derselben erhält, d. h. größte Potentialamplitude an ihren Enden. Die Antwort auf diese Frage[2]) hängt etwas von dem Verhältnis v ab, in welchem der Radius des Primärkreises zum Radius der Teslaspule steht. Je kleiner dasselbe ist, um so kleiner ist das beste Verhältnis von Höhe h der Teslaspule zu ihrem Durchmesser $2r$, z. B. für $v = 2$ ist das beste Verhältnis $h/2r = 2{,}6$, für $v = 1{,}25$ dagegen $h/2r = 2{,}2$. In der zitierten Arbeit habe ich Formeln angegeben, aus denen man die Dimensionen der Teslaspule auch aus der angewandten Primärkapazität und dem Radius des Primärkreises berechnen kann. Diese Resultate verschieben sich bedeutend, wenn der Teslatransformator nicht mit freien Spulenenden benutzt werden soll, sondern wenn diese zur Speisung einer Funkenstrecke dienen sollen. Falls diese kräftig ist, so müssen die Spulenenden noch merklichen Strom und nicht nur Spannung haben, d. h. die Enden der Teslaspule sind keine Stromknoten mehr, und ihre Schwingungsdauer muß, analog wie wenn man Kapazität an die Spulenenden legt, bedeutend vergrößert werden. Daher muß die Schwingungsdauer des Primärkreises wesentlich größer sein, als die Schwingungsdauer der Teslaspule mit freien, offenen Enden. So habe ich z. B. für diese Zwecke einen Transformator brauchbar gefunden, bei dem die Eigenwellenlänge der Teslaspule bei freien Enden 72 m betrug, während die des Primärkreises 114 m war. Praktisch wird man also so verfahren, daß man die Kapazität des Primärkreises, falls der Teslatransformator zur Funkenspeisung verwendet werden soll, mindestens doppelt so groß (höchstens vielleicht dreimal so groß) wählt, als wenn der Transformator an den offenen Enden möglichst hohes Potential entwickeln soll und Resonanz zwischen der Spule (mit offenen Enden) und dem Primärkreis besteht.

Das Maximumpotential am Teslapol bei Resonanz und freien Enden ist nach meiner Berechnung proportional zur dritten Wurzel aus dem Verhältnis der Primärkapazität C_1 zu der Ganghöhe g der Teslaspule. Letztere wird daher möglichst klein zu wählen sein, aber es ist sehr bald eine Grenze wegen sonst mangelnder Isolation gesetzt. Die Primärkapazität C_1 muß möglichst groß sein, daher die Selbstinduktion L_1 des Primärkreises, da $C_1 L_1$ durch die Eigenperiode der Spule bestimmt ist, möglichst klein. Der Primärkreis soll daher nur aus einer einzigen Windung bestehen. Praktisch kann man diese Forderung oft deshalb nicht erfüllen, weil dann, um Resonanz mit der Spule zu ermöglichen, oft eine so große Kapazität C_1 erforderlich ist, daß die zur Verfügung stehenden Induktorien zu schwach zur Speisung einer kräftigen Funkenstrecke sind. Zwar könnte man ja von vornherein die Dimensionierung der Teslaspule so klein wählen, daß man mit kleinem C_1 auskommt, sehr kleine Teslaspulen sind aber zu kapazitätsempfindlich, d. h. lassen in ihrer Wirksamkeit zu stark nach, sobald die Spulenenden mit Kapazität verbunden werden. Daher ist es mehr zu empfehlen, die Spule nicht zu klein zu dimensionieren und zur Herstellung der Resonanz, wenn man sie mit einer Primärwindung praktisch nicht erreichen kann, mehrere (bis vier etwa) Primärwindungen zu verwenden. Die Wirksamkeit des Transformators läßt dadurch, da sie proportional zu $\sqrt[3]{C_1 : g}$ ist, nicht bedeutend nach, z. B. ist sie bei vier Primärwindungen etwas über die Hälfte nur vermindert.

Hinsichtlich der Abhängigkeit der Teslawirkung vom magnetischen Koppelungsgrad k[1]) zwischen Spule und Primärkreis habe ich theoretisch ein Maximum für $k = 0{,}6$ abgeleitet[2]), jedoch ist bei nicht zu starken Dämpfungen die Steigerung der Wirkung von $k = 0{,}3$ bis $k = 0{,}6$ unbedeutend. Zenneck[3]) hat experimentell je nach der Dämpfung eine geringe Zunahme oder Abnahme der Maximalamplitude

1) B. Straßer, Ann. d. Phys. (4) 17, 763, 1905.
2) Ann. d. Phys. (4) 16, 116, 1905.

1) k ist durch die Gleichung $k = \frac{\lambda^2 - \lambda'^2}{\lambda^2 + \lambda'^2}$ definiert, wobei λ und λ' die beiden im Teslatransformator bestehenden Wellenlängen sind, welche sich durch die magnetische Koppelung aus der einen gemeinsamen Wellenlänge des Primärkreises bzw der Spule gebildet haben.
2) Ann. d. Phys. (4) 13, 544, 1904.
3) J. Zenneck, diese Zeitschr. 6, 199, 1905.

im Intervall $k = 0{,}3$ bis 0,6 gefunden. Die Differenz zwischen Beobachtung und Theorie erklärt sich vielleicht, wie Zenneck meint, dadurch, daß ich vorausgesetzt habe, daß die Dämpfung des Primärkreises während des ganzen Ablaufes der Schwingungen konstant und von der Koppelung unabhängig ist. Ersteres trifft nach einer Arbeit von Zenneck[1]) nicht zu, letzteres ist noch nicht geprüft. Jedenfalls braucht man praktisch nicht über die Koppelung $k = 0{,}3$ hinauszugehen, wenn wenigstens die Summe des primären und sekundären Dämpfungsdekrements nicht größer als 0,5 ist. Diese Koppelung $k = 0{,}3$ wird etwa für das Verhältnis $v = r_1 : r = 1{,}7$ des Radius des Primärkreises zu dem der Teslaspule erreicht, falls das Verhältnis $h/2r$ der Spule etwa dem günstigsten Werte 2,2 bis 2,6 entspricht.

Die für den Teslatransformator gewonnenen Resultate haben auch Bedeutung für die drahtlose Telegraphie, denn das Braunsche System der induktiven Erregung ist ein Teslatransformator, bei dem die Spule aber nicht frei endigt, sondern die Antenne bzw. Gegenkapazität trägt. Das Resultat, daß man mit der Koppelung $k = 0{,}3$ bis $k = 0{,}6$ die kräftigsten Wirkungen erzielen wird, wird auch hier gelten. In der zitierten Arbeit[2]) habe ich auch Fälle betrachtet, bei denen ein lose gekoppelter Empfänger und ein stark gekoppelter Sender benutzt werden. Dann kann für letzteren eine sehr starke Koppelung, die größer als $k = 0{,}6$ ist, günstig sein. Die Eigenperiode des Empfängers muß dann aber $\sqrt{2}$ mal so groß sein, als die Eigenperiode der beiden (ungekoppelten) Schwingungskreise des Senders.

Praktisch wird dieser Fall aber weniger von Bedeutung sein, als der, daß möglichst identisch gebaute Sender und Empfänger benutzt werden. Dann habe ich in jener Arbeit berechnet, daß die Intensität im Empfänger durch eine analoge Formel von den Abmessungen des Primärkreises des Senders abhängt, wie die Intensität des Sekundärkreises des Senders, d. h. das Problem, welches mit vier Schwingungskreisen zu rechnen hat, ist auf das einfachere nur zweier gekoppelter Kreise reduziert.

Wenn es sich darum handelt, möglichst scharfe Resonanz zwischen Sender und Empfänger zu erhalten, so muß nicht nur die Koppelung in beiden Apparaten lose sein, sondern man wählt dann auch im Empfänger zweckmäßiger einen auf den Integraleffekt ansprechenden Indikator, als einen auf Maximalamplitude reagierenden. Daher ist der Kohärer zweckmäßiger zu ersetzen durch Bolometer oder Thermoelement oder (vielleicht) Magnetdetektor.[1]) Da letztere auf Strom und nicht auf Spannung ansprechen, so kann man dann auch völlige Identität im Bau des Senders und des Empfängers erreichen, und es braucht nicht, wie jetzt bei Anwendung des Kohärers, die im Empfänger mit dem Kohärer verbundene Spule auf hohe Spannung zu transformieren, während der analoge Primärkreis auf große Stromstärke gebaut ist.

Die Messung der Dämpfung eines Schwingungskreises, eine für die Praxis der drahtlosen Telegraphie und für rein wissenschaftliche Zwecke sehr wichtige Aufgabe, ist nach Bjerkneß[2]) durch Aufnahme einer Resonanzkurve möglich. Bjerkneß betrachtet dabei wesentlich den Integraleffekt im Empfänger. Da die Methode direkt nur die Summe der Dekremente der beiden schwach miteinander gekoppelten Systeme liefert, so sind zur Ermittelung der einzelnen Dekremente noch Hilfsbeobachtungen nötig, z. B. Aufnahme der Resonanzkurve bei berechenbarer Vergrößerung des Dekrementes im Empfänger durch eingeschalteten Widerstand. In der zitierten Arbeit[3]) habe ich gezeigt, daß man die Dekremente einzeln auch dadurch erhalten könnte, daß man die Resonanzkurve des Integraleffektes kombiniert mit der Resonanzkurve des Maximaleffektes. Indes macht die Messung des letzteren bei schnellem Wechseln Schwierigkeiten und daher ist dieser Weg weniger bequem und exakt, als wenn man nur den Integraleffekt benutzt. Falls man als Empfangskreis einen nahezu geschlossenen Kondensatorkreis benutzt, so kann man sein Dekrement aus seinem Widerstand[4]) und seinen Dimensionen berechnen, da keine Strahlungsdämpfung besteht. Daher ergibt sich denn aus der Resonanzkurve die Dämpfung des Erregerkreises allein. Auf diesem Wege habe ich die Dekremente bei mannigfach variierten Erregerkreisen mit Funkenstrecken gemessen.[5]) Da dieselben nahezu geschlossen waren, so wird das Dekrement praktisch nur durch die Funkenstrecke herbeigeführt. Es ergab sich, daß es für jeden Kondensatorkreis einen gewissen Bereich von Funkenlängen gibt, welcher minimales Dekrement ergibt, das kaum merklich von der Funkenlänge abhängt und das bei allen Schwingungskreisen auch bei sehr verschiedener Kapa-

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. (4) **13**, 822, 1904.
2) Ann. d. Phys. (4) 13, 550, 1904.

1) Zusatz: Die Anführung des Magnetdetektors als eines eventuell integrierenden Instrumentes läßt vermuten, daß Drude Versuche plante, ihn zu einem solchen umzugestalten; in seiner bisherigen Form war er es nicht. Aus seinem Nachlaß lassen sich leider Versuche nach dieser Richtung nicht entnehmen.

2) V. Bjerkneß, Wied. Ann. **44**, 85, 1891; **55**, 121, 1895.

3) Ann. d. Phys. (4) **13**, 533, 1904.

4) Dabei sind auch die Rayleighschen Formeln eventuell zu berücksichtigen, nach denen der Widerstand für schnelle Schwingungen wesentlich höher sein kann, als für konstanten Strom.

5) Ann. d. Phys. (4), **15**, 709, 1904.

zität und Selbstinduktion annähernd auf denselben Wert gebracht werden kann (etwa 0,05 bis 0,08 Zinkfunken, falls der Kondensator keine Hysteresis oder Büschelentladungen hat.[1]) Wesentlich ist dabei, daß die Speiseleitungen der Funkenstrecke möglichst nahe an die Funken selbst herangerückt werden, sonst wird das Dekrement größer, weil dann die Schwingungen auch auf die Speiseleitungen übergehen. Der Integraleffekt hängt von der Funkenlänge viel mehr ab, als das Dekrement, weil mit der Funkenlänge zugleich die Anzahl der Partialentladungen variiert. Da diese mit Verkleinerung der Funken zunimmt, so erhält man größte Integraleffekte bei verhältnismäßig kleinen Funkenstrecken.

Die Ermittelung des Dekrementes aus der Resonanzkurve nimmt Bjerkneß durch eine geometrische Konstruktion vor. Ich benutzte[2]), ebenso wie Zenneck[3]), eine Formel, die viel bequemer und schneller zum Ziele führt. Sie lautet:

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi \cdot \frac{\delta a_m}{a_m} \sqrt{\frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}_m - \mathcal{J}}} \quad \ldots \ldots (1)$$

Darin sind γ_1 und γ_2 die Dekremente der beiden Schwingungskreise, $\mathcal{J}_m$ ist der im Resonanzfalle (Einstellung a_m) gemessene Integraleffekt, $\mathcal{J}$ der nach der Verschiebung δa_m beobachtete. Ich erwähne das hier, weil diese Formel bei den jetzt von vielen Beobachtern vorgenommenen Dämpfungsmessungen benutzt werden wird.

Nach der genannten Methode habe ich von Herrn Noda[4]) die Funkendämpfung untersuchen lassen für den Fall, daß ein Kondensator dem Funken parallel geschalten wurde durch Zuleitungen, welche so nahe an die Funkenstrecke herangerückt waren, daß dieser Zusatzkondensatorkreis nur minimal galvanisch gekoppelt war mit dem eigentlichen Primärkondensatorkreis, dessen Periode also durch den Zusatzkreis nicht beeinflußt werden sollte. Noda hat eine zum Teil sehr starke Verkleinerung des Dekrementes durch den Zusatzkreis erhalten, jedoch bedürfen seine Resultate noch weiterer Bestätigung.

Ferner lasse ich jetzt den Einfluß der Temperatur auf die Funkendämpfung untersuchen.

In Zusammenhang hiermit steht auch eine noch nicht abgeschlossene Arbeit, die ich über die Strahlungsdämpfung geradliniger Erreger habe ausführen lassen:

Ein geschlossener Kondensatorkreis mit meßbar variabler Kapazität induzirt in loser Koppelung α) einen geschlossenen Sekundärkreis, β) einen geradlinigen Sekundärkreis. In beiden Fällen wird der Integraleffekt im Sekundärkreis durch ein Thermoelement beobachtet und eine Resonanzkurve durch Variation des Primärkondensators aufgenommen. Die Beobachtung α) mit geschlossenem Sekundärkreis dient dazu, um die Funkendämpfung des Primärkreises zu eliminieren. Es hat sich herausgestellt, daß die Strahlungsdämpfung durch metallische Leitungen an den Zimmerwänden stark beeinflußt zu werden scheint und im allgemeinen kleiner wird, so daß eine einwandfreie Messung und ein Vergleich mit Abrahams Formeln wohl nur bei Versuchen im Freien möglich ist. Schon früher hat Kiebitz[1]) festgestellt, daß das Dekrement eines geradlinigen Erregers im Zimmer kleiner als der theoretische Wert ist. Immerhin kann man durch Experimente im Zimmer finden, in welcher Weise die Annäherung von Leitern die Strahlungsdämpfung beeinflußt. Genauere Details der Resultate kann ich leider noch nicht angeben.

Bei den gekoppelten Systemen der drahtlosen Telegraphie ist das eine Schwingungssystem eine Spule mit Antenne und balancierender Gegenkapazität. Um die Vorausberechnung der Abstimmung dieser Systeme mit dem Kondensatorkreis sowie zwischen Sender und Empfänger zu ermöglichen, habe ich auf Grund systematischer Versuche eine Formel dafür aufgestellt.[2]) Bezeichnet man nämlich die Antennenlänge mit l, die Eigenwellenlänge der Spule mit λ_0, die Wellenlänge des ganzen Systems (Spule und Antenne) mit λ, so berechnet sich für eine Spule mit zwei gleichen Antennen der Länge l oder mit einer Antenne und äquivalenter Gegenkapazität die Eigenwellenlänge λ des Systems aus der Gleichung:

$$\operatorname{cotg} \frac{\pi}{2} \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda} = \beta, \quad \ldots (2)$$

wobei β ein Koeffizient ist, welcher von der Windungszahl n der Spule, der Spulenhöhe h, dem Spulendurchmesser $2r$, dem Radius ϱ des Antennendrahtes nach der Relation abhängt.

$$\beta = log\, l/\varrho \cdot \frac{f}{n} \sqrt{h/2r \cdot \varphi\,(h/2r)} \quad \ldots (3)$$

f ist dabei eine für die Spule charakteristische Konstante, die gleich ist dem Verhältnis der halben Eigenwellenlänge $^1/_2 \lambda_0$ der freien Spule zu der Spulendrahtlänge l':

$$f = {}^1/_2 \lambda_0 : l' \quad \ldots \ldots (4)$$

φ ist ein nur wesentlich von $h/2r$ abhängiger

1) Ähnliche Resultate hat auch G. Rempp, Ann. d. Phys. (4) 17, 627, 1905 erhalten. Seine Methode war ganz ähnlich der meinigen, nur hat er das Dekrement des Empfangskreises nicht berechnet, sondern nach Bjerkneß' Methode mehrere Resonanzkurven mit Zusatzwiderständen aufgenommen.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. (4) 15, 716, 1904, Formel (7).

3) J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie S. 595, Formel (7), Stuttgart 1905.

4) P. Noda, Ann. d. Phys. (4) 19, 715, 1906.

1) F. Kiebitz, Ann. d. Phys. (4) 5, 897, 1901.

2) Ann. d. Phys. (4) 11, 957, 1903.

Koeffizient, für den ich in der zitierten Arbeit (S. 977, 978) eine graphische Darstellung bezw. eine Tabelle gegeben habe; φ kann von 1,7 (bei $h/2r = 0{,}3$) bis etwa 3 (bei $h/2r = 4$) schwanken. Für f habe ich in einer früheren Arbeit (Ann. d. Phys. (4) **9**, 322, 323, 1902) Tabellen zur Berechnung aus den Spulendimensionen gegeben. Aus der Dimensionierung des Systems ist also φ, f und daher nach (4) auch λ_0, an Hand der ermittelten Tabellen zu entnehmen und daher die Eigenwellenlänge λ des Systems aus (2) und (3) zu berechnen.

Die Flächengröße S einer Metallplatte, welche einer Antenne der Länge l, des Radius ϱ das elektrische Gleichgewicht hält, ist nach meinen Versuchen aus der Formel zu berechnen:

$$\sqrt{S} = \frac{0{,}603}{\log \frac{l}{\varrho}} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \operatorname{tg} 2\pi \frac{l}{\lambda} \quad \ldots \quad (5)$$

Da die Antennen nicht aus nur einem Draht bestehen, so untersuchte ich auch die Wirkung der Vielfachantennen, die aus mehreren parallelgeschalteten Drähten bestehen, und fand:

Eine Vielfachantenne wirkt wie eine Einfachantenne aus einem Drahte, dessen Radius (bei wenig Drähten der Vielfachantenne) gleich ist dem Radius bezw. dem Durchmesser (bei viel Drähten der Vielfachantenne) des für die ganze Länge geltenden, von den Antennendrähten umspannten mittleren Querschnittes (indem derselbe als Kreis berechnet ist).

Wenn $l : \lambda_0$ groß gegen 1 ist, so ergibt (2):

$$\frac{1}{2}\lambda = 2l + \frac{{}^1/_2 \lambda_0}{\beta} \quad \ldots \quad (6)$$

Daß $\lambda = 4l$ sein muß, falls die Spulendimensionen sehr klein werden, oder die Spule ganz fortbleibt, folgt ja leicht aus der Überlegung und annähernd auch aus der Erfahrung. Da man bisher bei der drahtlosen Telegraphie die Spulendimensionen wohl immer verhältnismäßig klein gegenüber der Antennenlänge gewählt hat, so ist wohl die Meinung ausgesprochen[1]), daß man in der Praxis stets mit der viel einfacheren Formel:

$${}^1/_2\lambda = 2l \text{ bezw. } {}^1/_2\lambda = 2l + l', \quad \ldots \quad (7)$$

wobei l' die Spulendrahtlänge bezeichnet, auskommt, anstatt mit der komplizierteren (6) oder gar (2). Demgegenüber möchte ich aber betonen, daß mir Versuche gezeigt haben, daß man, besonders wenn man die Antennenlänge als gegeben vorschreibt, viel kräftigere Wirkungen erhält bei Einschaltung von Spulen mit nicht unbeträchtlicher Eigenwellenlänge λ_0.

Auch ist es unter Umständen wünschenswert, durch Variation der eingeschalteten Spulen die Eigenwellenlänge λ des ganzen Systems zu verändern. Für beide Fälle müssen dann zur Vorausberechnung die mitgeteilten Formeln herangezogen werden, während die einfachere Formel ${}^1/_2\lambda = 2l + l'$ eine zu schlechte Annäherung ergibt. So ist z. B. für eine Spule der Länge $l' = 128$ cm, deren halbe freie Eigenwellenlänge ${}^1/_2\lambda_0$ 368 cm betrug (daher ist $f = 2{,}87$; es war $n = 4$, $h/2r = 0{,}066$), bei zwei angehängten Antennen der Länge $l = 100$ cm (und der Dicke $2\varrho = 1$ mm) von mir gefunden ${}^1/_2\lambda = 532$ cm [was sich auch aus den Formeln (2) und (3) berechnet], während Formel (7) den Wert ${}^1/_2\lambda = 200 + 128 = 328$ cm ergeben würde. Daher ist Formel (7) nicht brauchbar.

Wenn $l : \lambda_0$ klein gegen 1 ist, so ergibt (2):

$$\frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}\lambda_0 + \frac{2l}{\beta} \quad \ldots \quad (6')$$

Diese Formel ist z. B. zu verwenden, wenn man die Änderung der Wellenlänge einer Teslaspule durch angehängte Enddrähte berechnen will, wie sie ja bei manchen Teslaversuchen benutzt werden. Da nach (3) β umgekehrt proportional zu n ist und da n bei Teslaspulen groß ist, so wird nach (6') die Eigenwellenlänge auch durch kurze Drahtstücke l so bedeutend vergrößert, daß die Teslawirkung schlecht ist, falls man nicht bei dem Versuch die Primärkapazität wesentlich größer wählt, als der Resonanz mit der freien Teslaspule entspricht.

Zusatz: Hier bricht das Fragment ab. Aus Aufzeichnungen ist zu ersehen, daß Drude weiterhin Mitteilungen machen wollte über Beobachtungen, die er noch in Gießen angestellt hat; sie sind zum Teil noch nicht publiziert und haben ergeben, „daß bei der drahtlosen Telegraphie die Spule ziemlich groß (d. h. viele Windungen) im Vergleich zur Antenne sein muß, falls beste Wirkung erzielt werden soll". Diese Beobachtungen wurden ausgeführt an Systemen von gleicher Schwingungsdauer, die bestanden aus gleichen Antennen (Länge 100 cm, bei einer Beobachtungsreihe 300 cm), aber Spulen verschiedener Windungszahl (1 bis 6). Erregt wurden diese Systeme durch denselben Primärkreis.

Weiterhin wollte Drude berichten über Versuche, die er in Berlin angestellt hat, und welche die Beeinflussung der Formeln durch benachbarte Drähte und Platten zum Gegenstand hatten, sowie den Einfluß der Erde auf die Gegenkapazität bei den Versuchen von Sachs.[1]) Diese Beobachtungen werden jetzt auf Grund des Beobachtungsjournals von Herrn Sachs veröffentlicht.[2]) Ihr Ergebnis ist, „daß die Resultate von Sachs nicht merklich dadurch gestört werden, daß, falls die Gegenplatte verschiedene Höhe über dem Erdboden hat, die Resonanz eine andere ist; denn sie ist davon nahezu unabhängig; Einfluß der Erde auf die

1) J. Zenneck, diese Zeitschr. **6**, 197, 1905.

1) J. Sachs, Ann. d. Phys. (4) **18**, 348, 1905.
2) P. Drude, Ann. d. Phys. (4) **21**, 1906.

Resonanz war erst vorhanden, falls die Platte näher als 50 cm an die Erde kam."

Zum Schluß sollten die von Schülern Drudes ausgeführten Beobachtungen über die Wirkungsweise des Kohärers und seine Verwendbarkeit für Resonanzversuche besprochen werden.

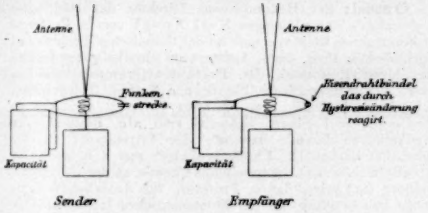
Das Gesamtergebnis seiner Forschungen über drahtlose Telegraphie hat Drude wörtlich folgendermaßen formuliert:

„Als bestes System für drahtlose Telegraphie halte ich:

1. Magnetische Koppelung.

2. Völlige Identität von Sender und Empfänger.

3. Als Empfänger muß ein Eisenbündel (als Magnetdetektor) gelegt werden um die eine Drahtwindung, die zur Kapazität führt.



Das Eisenbündel muß auf Integraleffekt ansprechen; so kann man am ehesten scharfe Abstimmung zwischen Sender und Empfänger erhalten."

(Eingegangen 9. Oktober 1906.)

Max Wien (Danzig), Über die Intensität der beiden Schwingungen eines gekoppelten Senders.

Um bei der Telegraphie ohne Draht eine gleichzeitige, störungsfreie Zeichenübertragung zu ermöglichen, handelt es sich darum, die Dämpfung der Wellen zu verringern, ohne gleichzeitig ihre Intensität zu sehr zu schwächen.

Durch Einführung seiner gekoppelten Sender hat Braun eine Verstärkung der Intensität und eine Verringerung der Dämpfung bewirkt. Dabei entstehen zwei Wellen verschiedener Periode. Zum Telegraphieren braucht man nur einen dieser Wellenzüge, der andere ist unnützer Ballast. Es fragt sich, ob man nicht eine weitere Verbesserung erzielen könnte, indem man die Wirkung der einen Welle auf Kosten der anderen verstärkt.

In seinen letzten Arbeiten hat Slaby[1]) Versuche darüber angestellt, ob diese Bevorzugung einer der Wellen durch Verstimmung des Kondensatorkreises gegen das Sendersystem zu erreichen sei. Leider sind seine Ergebnisse infolge falscher Versuchsanordnung nicht einwandfrei.

Die Theorie ergibt, daß der Stromeffekt im Sender und damit die ausgesandte Energie stets durch Verstimmung kleiner wird. Hingegen kann der Stromeffekt im Empfänger unter Umständen vergrößert werden, indem die Dämpfung einer der Wellen durch die Verstimmung verringert wird. Jedoch ergibt die Theorie ferner, daß Verbesserung nur dann eintritt, wenn die Dämpfung des Kondensatorkreises (ϑ_1) größer oder kleiner ist als die des Sendersystems (ϑ_2). Je größer diese Differenz der Dämpfungen ($\vartheta_1 - \vartheta_2$) ist, um so größer muß die Verstimmung sein, bei der das Maximum des Stromeffekts im Empfänger auftritt, und um so höher ist dieses Maximum (vgl. Fig. 1).

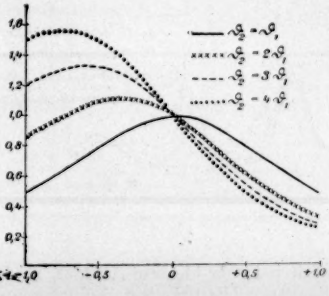


Fig. 1.

Experimentell wurde die Wirkung der Verstimmung mit Hilfe der von Zenneck[2]) ausgearbeiteten Bjerkneßschen Resonanzmethode untersucht. Es ergaben sich im wesentlichen mit der Theorie übereinstimmende Resultate. Bei der drahtlosen Telegraphie ist das Sendersystem stärker gedämpft als der Kondensatorkreis; man dürfte daher durch Höherstimmen des Kondensatorkreises eine Verstärkung der Wirkung — um etwa 20 Proz. — und eine gleichzeitige Verringerung der Dämpfung erzielen können.

Bei allen Versuchen erwies sich die höhere der beiden gekoppelten Schwingungen gegenüber der tieferen als bevorzugt. Und zwar rührt dies daher, daß, entgegen der Theorie, nach der die höhere Schwingung die größere

1) A. Slaby, Elektr. Zeitschr. 1904 und 1905.

2) J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, S. 606. Stuttgart, Enke, 1905.

Dämpfung haben müßte, gerade diese wesentlich schwächer gedämpft ist als die tiefere.

Die Ursache dieser Abweichung von der Theorie kann nur in dem Verhalten des Funkens gesucht werden. Der Energieverlust durch denselben verteilt sich ungleich auf die beiden Schwingungen. Besonders bei kleinen Funkenstrecken, bei denen der Funkenwiderstand sehr zunimmt, tritt die stärkere Dämpfung der tieferen Schwingung hervor.

Die an sich geringe Dämpfung der höheren Schwingung kann nun noch, wie oben besprochen, durch Verstimmung weiter verkleinert werden, so daß man auf diese Weise Wellen erhält, die sich besonders gut für gleichzeitige Telegraphie eignen dürften.

Vermindert man die Funkenstrecke unter 0,5 mm, so erhält man Partialentladungen und

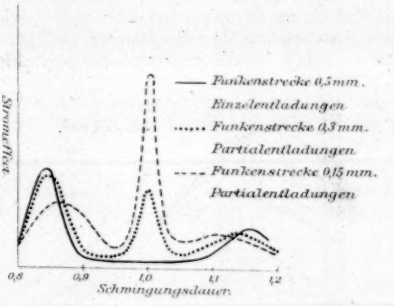


Fig. 2.

schließlich bei sehr kleinem Abstand zischende Entladungen. Hierbei trat bei gekoppelten Systemen eigentümlicherweise ein drittes Maximum zwischen den beiden Maximis auf, die den Koppelungswellen entsprechen (vgl. Fig. 2). Die Dämpfung dieser dritten Schwingung kann, wie aus der steilen Form des Maximums hervorgeht, sehr gering sein. Die Ursache der dritten Schwingung dürfte darin zu suchen sein, daß der Widerstand der sehr kurzen Funkenstrecke nach der Entladung sehr schnell zunimmt, so daß die Schwingungen in dem System I bald verschwinden und nur die im System II übrig bleiben. Dieses schwingt dann für sich als ungekoppeltes Einzelsystem mit der eigenen Schwingungszahl und Dämpfung weiter. Vielleicht gelingt es auf diese Weise, besonders wenig gedämpfte elektrische Schwingungen zu erzielen.

In der sich anschließenden Diskussion bemerkt der Vortragende auf eine Anfrage von v. Geitler (Czernowitz):

Die kleinere Dämpfung der höheren Schwingung ergibt sich, wenn die Dämpfung im sekundären Kreis durch Ohmschen Widerstand bewirkt wird. Man nimmt an, daß die Dämpfung durch Ausstrahlung der Dämpfung durch Widerstand äquivalent ist. Genau ist dies jedoch nicht der Fall. Die stärkere Ausstrahluug dürfte die Sache also wieder etwas zu ungunsten der höheren Schwingung verschieben.

(Eingegangen 12. Oktober 1906.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich Dr. Julius Schmidlin für allgemeine und organische Chemie, an der Akademie in Neuenburg (Schweiz) Professor L. X. Kollroß in La Chaux-de-Fonds für höhere Algebra, an der Universität Berlin Dr. M. Laue für Physik.

Ernannt: der Honorardozent Direktor der städtischen elektrischen Unternehmungen Karl Novak zum o. Professor für konstruktive Elektrotechnik an der Böhmischen Technischen Hochschule in Prag, der 1. Assistent am physikalischen Institut der Universität Rostock, Dr. Fritz Kohlrausch zum Dozenten für mathematische Physik am Kaiserl. Telegraphen-Versuchsamt in Berlin, der Professor Dr. Alb. Gockel an der Universität Freiburg Schweiz) zum a. o. Professor der physikalischen Chemie daselbst, der Privatdozent an der Universität Krakau Dr. Th. Estreicher zum a. o. Professor der allgemeinen und anorganischen Chemie an der Universität Freiburg (Schweiz), der o. Professor für darstellende Geometrie und Geodäsie an der Montanistischen Hochschule in Pribram Dr. Josef Adamczik zum o. Professor der Geodäsie an der deutschen Technischen Hochschule in Prag, der a. o. Professor der Chemie an der Wiener Universität Dr. Josef Herzig zum o. Professor daselbst, der 1. Assistent am Physikalischen Institut der Berliner Universität Dr. F. Kiebitz zum Telegrapheningenieur im Reichspostamt, der Professor an der Kriegsakademie in Berlin Dr. Richard Wachsmuth zum a. o. Lehrer für Experimentalphysik an der Bergakademie daselbst.

Die Kgl. wissenschaftliche Gesellschaft zu London hat Frau Dr. W. E. Ayrton für ihre Versuchsergebnisse über den elektrischen Bogen die Hughes-Medaille verliehen.

Tagesereignisse.

Die nächste Jahresversammlung der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft wird vom 28.—31. Juli 1907 in Freiburg (Schweiz) stattfinden.

Gesuche.

Assistentenstelle.

Gesucht zum 1. April 1907 ein

promovierter Physiker

als zweiter Assistent am

Physikal. Institut d. Techn. Hochschule Karlsruhe.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.